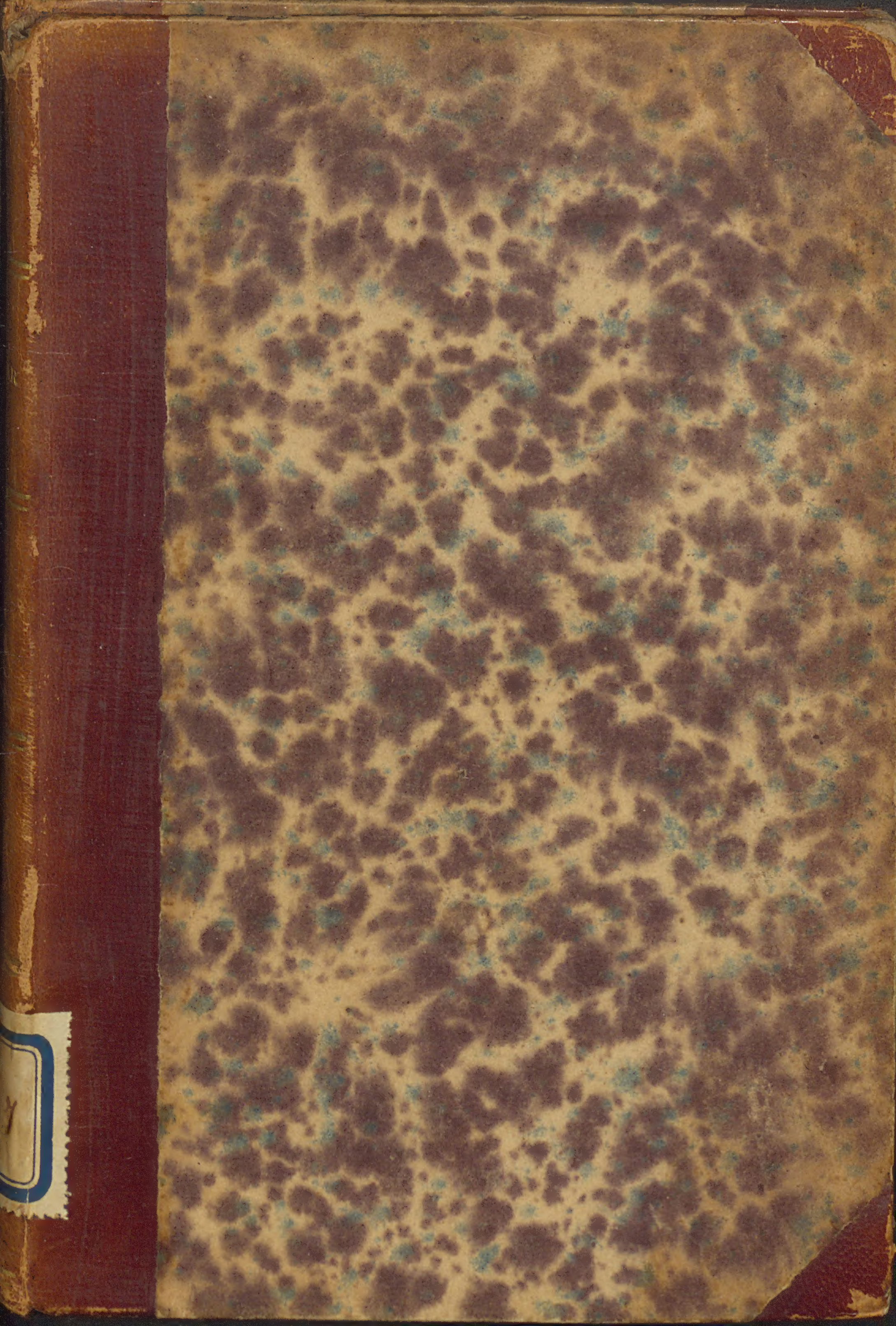
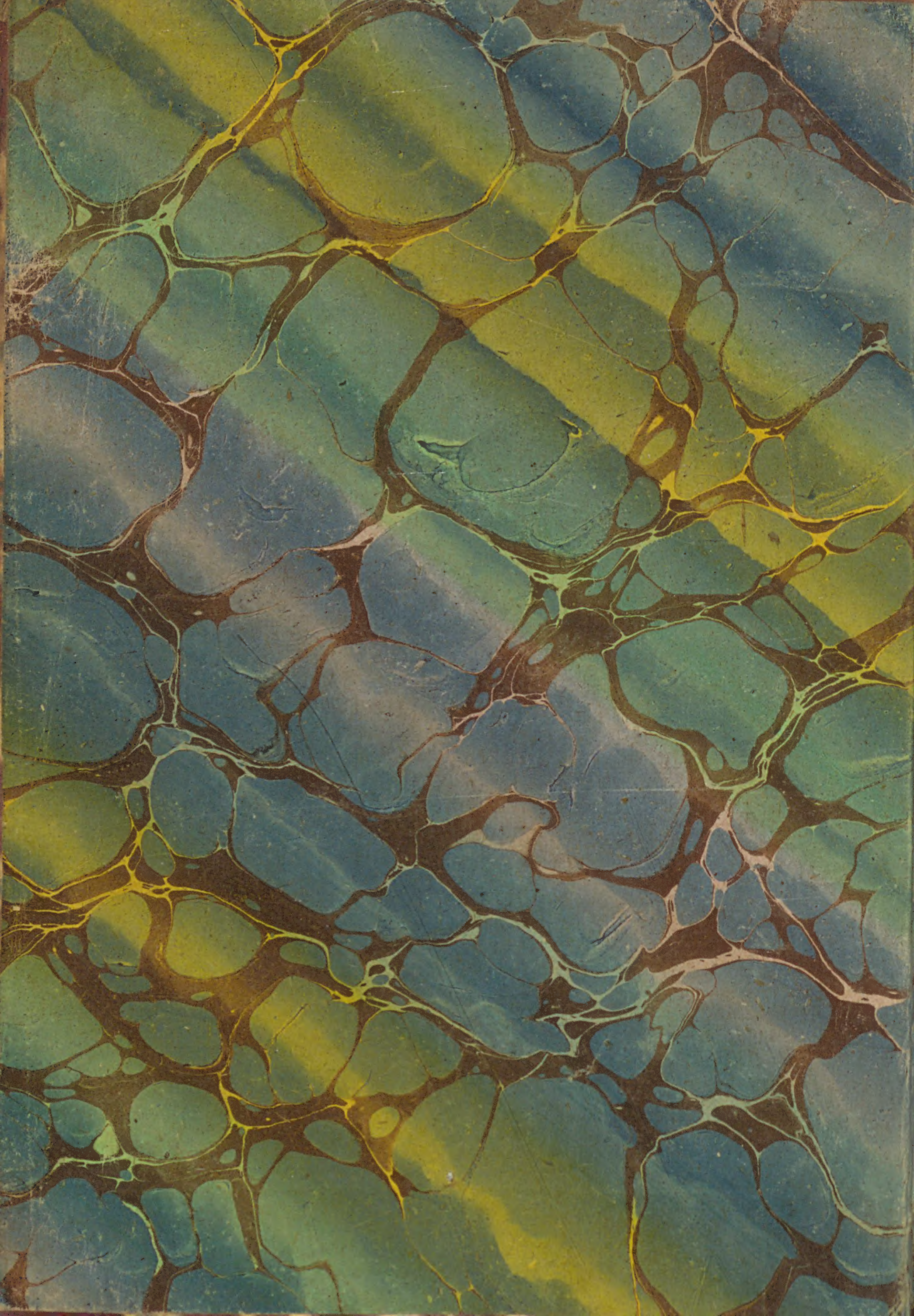
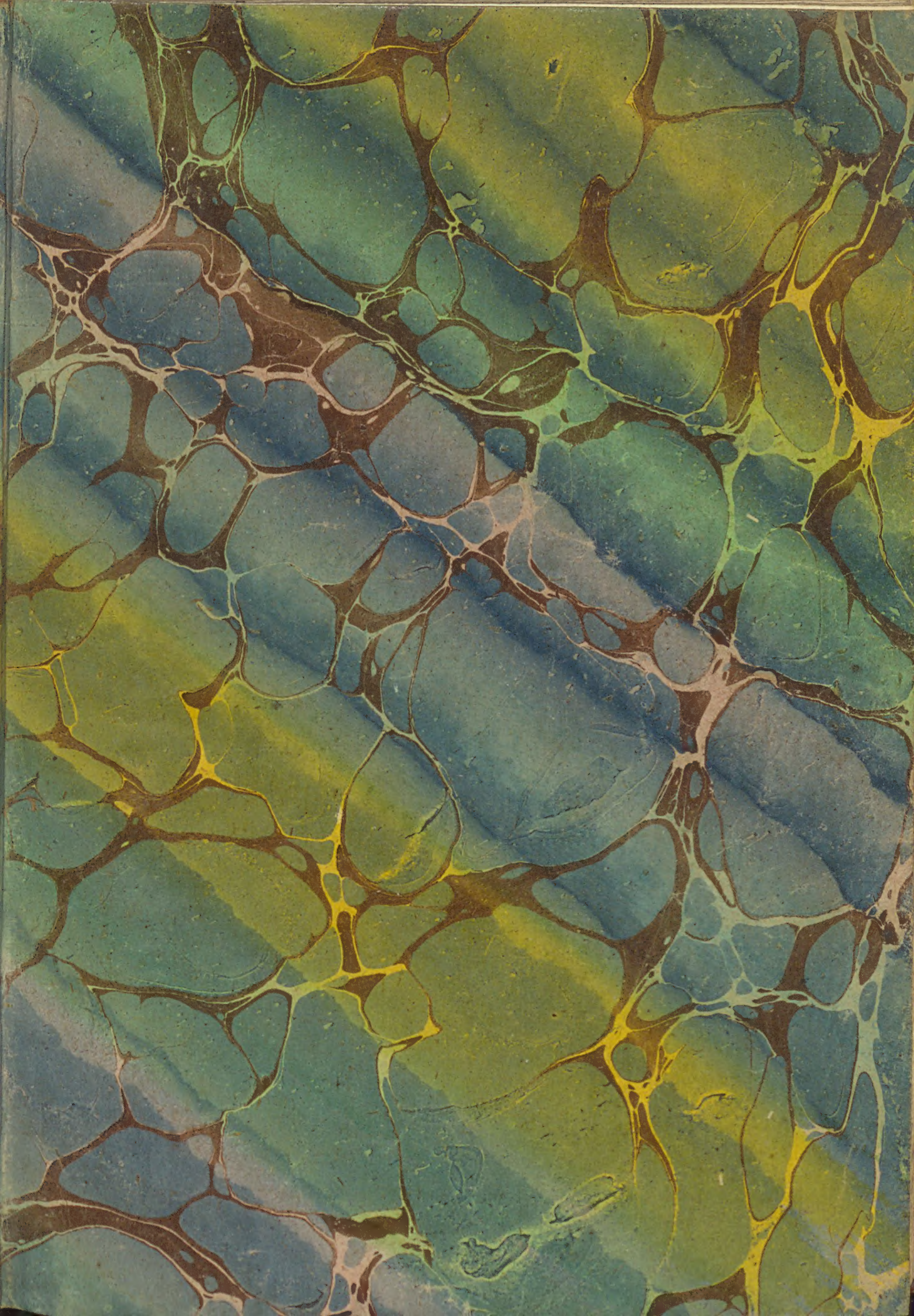
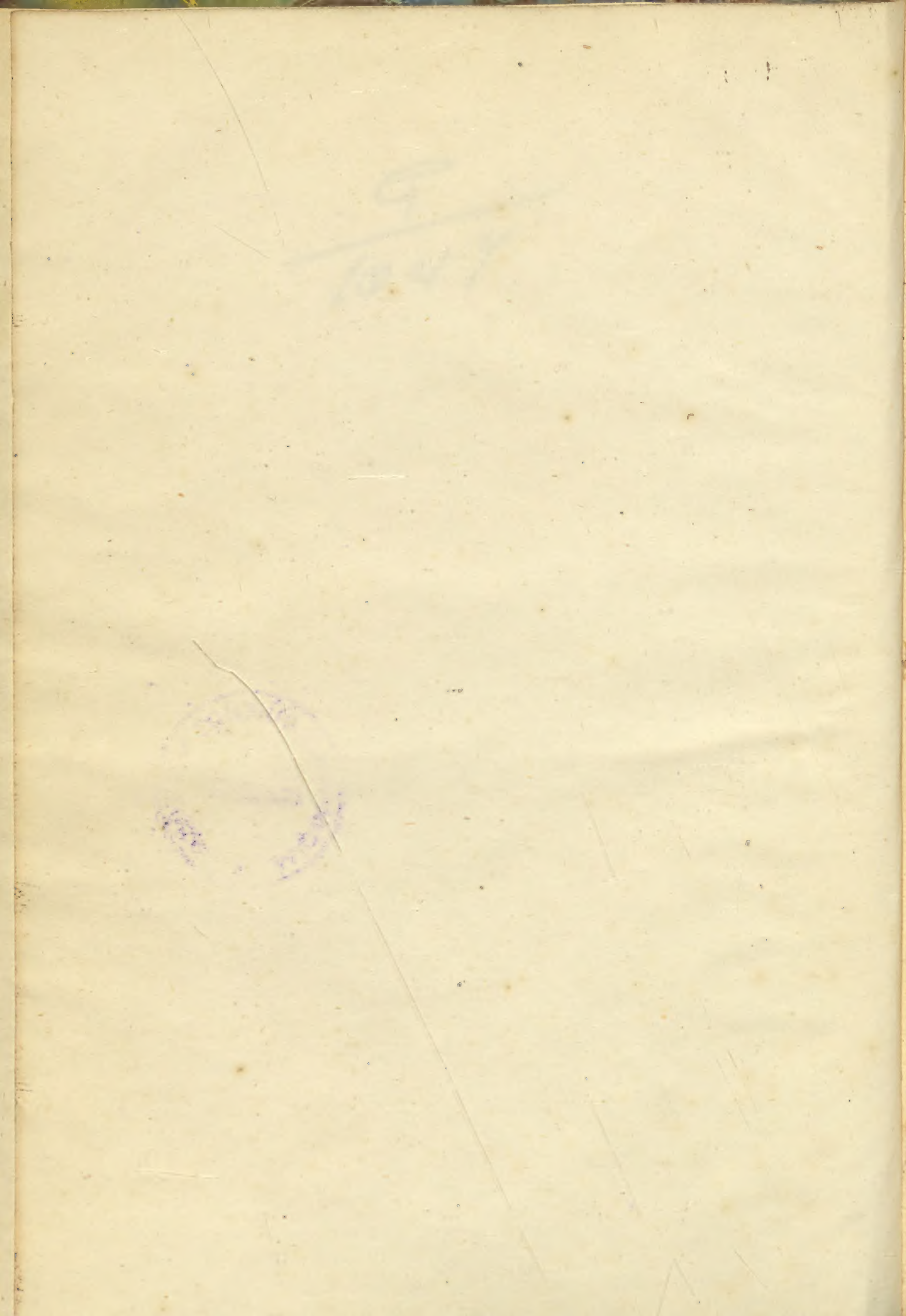








CURSO

DE ESTUDIOS ELEMENTALES DE MARINA,

ESCRITO DE ORDEN DE S. M.

POR DON GABRIEL CISCÁR.

TOMO III.

QUE CONTIENE EL TRATADO DE COSMOGRAFÍA.

TERCERA EDICION.



MADRID EN LA IMPRENTA REAL
AÑO DE 1827.

INTRODUCCION.

El estudio de la Cosmografía es indispensable para la inteligencia de la Navegacion. Los formularios náuticos ó colecciones de reglar puramente prácticas son muy insuficientes por sí solos; y el Piloto que no tenga otros conocimientos, se hallará muchas veces en circunstancias imprevistas, que le harán titubear en la aplicacion de los preceptos. El que solo haya aprendido de memoria las reglas generales para reducir su hora al meridiano de las tablas, cuando haga por la primera vez la navegacion á Filipinas por el Cabo de Buena-Esperanza, no sabrá á qué atribuir la diferencia de un dia, que encontrará entre su cuenta del tiempo y la que siguen los Españoles establecidos en aquellas Islas; y en su tornaviage á España se expone á cometer en la determinacion de las latitudes un error de veinte ó mas minutos, cuyo resultado puede ser la pérdida de la embarcacion fiada á su ignorancia. En las obras puramente prácticas no se trata de las zonas ni de las estaciones, sin embargo de que á un Navegante, que debe trasferirse desde Cádiz á Lima, está muy léjos de serle indiferente el saber que doblando el Cabo de Hornos en los meses de Diciembre y Enero, experimentará un temperamento templado, y unos dias de mucha duracion; y que en el caso de hallarse sobre dicho Cabo en los meses de Junio y Julio, experimentaria un frio excesivo, y unos dias extraordinariamente cortos.

Tambien es útil el estudio de la Cosmografía en cuanto facilita la inteligencia de los términos facultativos de la Astronomía náutica, que está muy expuesto á olvidar y á confundir el que no tiene una idea clara y distinta de los objetos que con ellos se trata de designar.

A mas de esto, la Cosmografía abunda en teorías sencillísimas, con cuyo conocimiento cualquiera puede deducir un crecido número de reglas, fáciles de olvidar

y de confundir unas con otras si se hubiesen de aprender materialmente de memoria; y no cabe duda en que en semejantes casos los conocimientos teoricos son muy superiores á la simple enunciacion circunstanciada de los preceptos.

Verdad es que otras veces sucede lo contrario. Esto es, que reglas muy generales y sencillas son el resultado de teorías difíciles y complicadas; y en este caso la exposicion de las reglas en forma de aforismos puede ser preferible al estudio de sus demostraciones, que solo sirve para satisfacer la curiosidad laudable de los que quieren asegurarse por sí mismos del grado de exactitud de las operaciones que han de practicar.

Conviene advertir que entre los dos casos extremos de reglas complicadas deducidas de teorías muy sencillas, y de reglas sencillas deducidas de teorías difíciles y complicadas, hay muchos casos intermedios. mas ó menos distantes de los dos extremos indicados; á mas de que la dificultad y complicacion no son absolutas, sino relativas á la disposicion de los sugetos. Por esta razon conviene que los Maestros modifiquen el método de la enseñanza segun las facultades intelectuales de cada uno de los Discípulos, con el conocimiento de que para los sugetos de luces y de talento cultivado las nociones teóricas son alas que les facilitarán el recorrer con seguridad en todos tiempos el vasto campo de los conocimientos náuticos, sin la dura precision de cargar la memoria con una multitud de reglas difíciles de retener, sin embargo de que la multiplicacion de dichas nociones es un peso que abrumaria inútilmente á los que no se hallen en estado de aplicarlas por sí solos con facilidad y confianza.

Pero, si bien hay circunstancias en que será muy conveniente el suprimir conocimientos teoricos, se debe tener un especial cuidado en no dar ideas falsas con el pretexto de facilitar la inteligencia de las explicaciones. En atencion á esto, á los que no se hallen en estado de comprender los maravillosos efectos que resultan de los

movimientos de rotacion y traslacion de nuestro Planeta, vale mas que se les deje en su ignorancia, que el que se les imbuya en un error, explicándoles los fenomenos que constituyen el objeto principal de la Cosmografía, segun la hipotesis absurda del movimiento diurno de las enormes moles celestes en torno del diminuto globo de la Tierra.

Los conocimientos que contiene este Tratado se han distribuido en once Capítulos ó Títulos primarios, algunos de los cuales se han subdividido en Títulos secundarios, para facilitar la inteligencia de las materias con su separacion.

En el Capítulo I (*art.* 1 *á* 72), que tiene el título *de nociones generales*, se definen la Astronomía, Geografía y Cosmografía (*art.* 1 *á* 9): se indican las ilusiones ópticas, que nos hacen formar un juicio falso sobre los movimientos, direcciones, figuras y tamaños de los objetos (*art.* 9 *á* 19): se dan sobre la elipse las ideas necesarias para facilitar la inteligencia de los términos facultativos de la Cosmografía (*art.* 19 *á* 43): se manifiestan las propiedades de algunos puntos y líneas que se imaginan en la esfera, y se explica el modo de comparar las posiciones aparentes de los objetos, imaginándolos colocados en una superficie esférica, cuyo centro es el ojo del observador. (*art.* 43 *á* 72).

Los conocimientos contenidos en este Capítulo, desde el artículo 40 hasta el fin, son muy interesantes por las aplicaciones que de ellos se hacen en lo sucesivo; y pueden omitirse las demostraciones sin grande inconveniente.

El Capítulo II (*art.* 72 *á* 114) contiene *las nociones de Trigonometría esférica*, de que se hará uso en lo sucesivo; y será muy conveniente el que se aprendan de memoria todas las proposiciones de letra mayor. Entre lo que va de letra menor, los artículos 76, 77 y 78 son los únicos que son indispensables para la inteligencia de las demostraciones de todas las proposiciones de Trigono-

metría esférica, de que se hace uso en el Pilotage astronómico, segun se manifiesta en el Apéndice con que se termina este Tratado.

En el Capítulo III (*art.* 114 *á* 153) se expone *el sistema del Mundo*; y su lectura reiterada, precedida de la explicacion del Maestro, será suficiente para que lo mas interesante de su contenido quede impreso en la imaginacion de los Discípulos, sin necesidad de aprenderlo literalmente de memoria.

El Capítulo IV (*art.* 153 *á* 279) trata *del modo de determinar la posicion de los cuerpos celestes.* A los conocimientos generales de la esfera celeste (*art.* 153 *á* 197) sigue todo lo relativo al modo de comparar los Astros con la eclíptica (*art.* 197 *á* 240). Despues se trata de su comparacion con la equinoccial (*art.* 240 *á* 259); y últimamente se resume lo mas interesante del Capítulo, explicándolo sobre dos figuras que representan los hemisferios celestes separados por el coluro de los solsticios (*art.* 259 *á* 279).

Las definiciones de los círculos de la esfera, los nombres de los signos, y cuanto va de letra mayor en este Capítulo debe aprenderse de memoria; y los Maestros deben explicarlo sobre un globo celeste antes de señalarlo de leccion. La comparacion del globo con las figuras 13, 14 y 15 dará una idea exacta de los objetos representados en dichas proyecciones de la esfera; y pondrá á los Discípulos en estado de servirse desembarazadamente de ellas para guiarse en la solucion de algunos problemas, y para resolver por sí mismos las dificultades que se les ofrezcan. Es muy conveniente el adiestrarse en las reducciones del tiempo á grados, y de los grados á tiempo, segun se enseña en los artículos 252 y 253, lo que será muy fácil para los que se hayan ejercitado en las operaciones explicadas en la Aritmética (*Arit.* 198; *y* 206 *ó* 207).

El Capítulo V (*art.* 279 *á* 388) trata *de la Tierra.* En la primera parte (*art.* 279 *á* 319) se da una idea de

la figura de la Tierra: se explica el modo de determinar las posiciones de los lugares por su longitud y latitud: se manifiestan las desigualdades de los semiejes terrestres y de los grados de meridiano; y se establece la extension del grado medio que se emplea en la práctica de la Navegacion. Por último, se da una breve idea de las zonas, de los mapas, y de la atmósfera.

En la segunda parte (*art.* 319 *á* 373) se trata *de los términos de comparacion que se imaginan en la esfera celeste movibles con el observador.* Esto es, del horizonte racional, del meridiano, vertical primario, ecuador y puntos cardinales; y de las alturas, azimutes, amplitudes y horarios. Por último (*art.* 373 *á* 388) se resume lo mas interesante del Capítulo, explicándolo por medio de dos figuras que representan la proyeccion de la esfera celeste sobre el plano del meridiano del observador; y se manifiesta el uso que puede hacerse de dichas proyecciones para la solucion de los problemas mas usuales de la Astronomía náutica.

Las definiciones y proposiciones fundamentales de este Capítulo deben aprenderse de memoria; y los Maestros deben facilitar su inteligencia explicando anticipadamente las lecciones sobre un globo, y manifestando el modo de servirse de las proyecciones de que se trata en el resúmen. Tambien es muy conveniente el ejercitar á los Discípulos en la resolucion de los problemas relativos á longitudes, diferencias de longitud, azimutes y amplitudes por medio de las figuras 16 y 18.

El Capítulo VI (*art.* 388 *á* 445) trata *de los fenómenos que resultan del movimiento giratorio de la Tierra*; y está subdividido en tres partes.

En la primera parte (*art.* 388 *á* 408) se trata del máximo de iluminacion, se demuestra la relacion que hay entre este círculo y el horizonte racional, y se manifiesta el uso que puede hacerse de uno y otro para la explicacion de los fenómenos relativos al orto y ocaso de los Astros.

En la segunda parte (*art.* 408 *á* 430) se trata *de la diferencia entre las horas de varios lugares*; y se explica el modo de reducir la hora del observador al meridiano de las tablas.

En la tercera parte (*art.* 430 *á* 445) se trata *de la relacion que hay entre las alturas de los Astros y sus horarios y azimutes.* Se explican algunas propiedades de los arcos diurnos, y se demuestran las reglas de que se hace uso para determinar cuáles son los Astros que no se pierden de vista, y los que no pueden descubrirse desde una latitud determinada.

Los artículos comprendidos entre el 402 y 426 y los teoremas de los artículos 435 y 436 son muy interesantes. Lo demas del Capítulo bastará que se comprenda, explicándolo sobre un globo terráqueo segun el método siguiente.

El círculo fijo del globo, que suele denominarse *horizonte racional*, representará el *máximo de iluminacion.* Se colocará el polo de la Tierra á una distancia de dicho círculo igual á la declinacion del Sol; y se supondrá el Astro inmóvil en la línea vertical que pasa por el punto del meridiano fijo del globo correspondiente á dicha declinacion. Se pondrá el lugar de que se trata bajo del meridiano fijo, y el índice en las doce, puesto que esta es la hora correspondiente al caso de hallarse el lugar en el meridiano del Sol. Llevando despues el lugar á un lado y otro del máximo de iluminacion, el índice manifestará las horas del orto y del ocaso.

Para mayor propiedad se puede representar el Sol por medio de una luz colocada en la vertical que pasa por el centro del globo terrestre dispuesto segun se acaba de manifestar; y si se fija un cuerpo cualquiera en el lugar del observador, las diminuciones y aumentos de sus sombras manifestarán los aumentos y diminuciones de las alturas.

Para representar los fenómenos relativos á otro Astro, se dispondrá el globo en la posicion correspondiente

á su declinacion, y se operará del mismo modo, con la sola diferencia de que cuando se coloque el lugar del observador en el meridiano fijo, se deberá poner el índice en la hora que es al tiempo de hallarse en dicho círculo el Astro de que se trata.

Si las horas se señalan en una equinoccial unida al meridiano fijo, colocada entre dicho círculo y el globo, y se afianza al eje un índice encorvado (que pueda llegar de polo á polo) se podrán determinar por este método las horas del orto y ocaso de los Astros, con diferencia de menos de un par de minutos, sirviéndose de un globo de seis pulgadas de diámetro.

El Capítulo VII (*art.* 445 *á* 513) trata *de los fenómenos que resultan del movimiento de traslacion de la Tierra*; y está dividido en tres partes.

En la primera parte (*art.* 446 *á* 470) se trata *de los dias aparente, medio y sidéreo.* Se manifiesta la desigualdad del tiempo aparente; y se explica lo que se entiende por *ecuacion de tiempo* y por *aceleracion de las fijas.*

En la segunda parte (*art.* 470 *á* 494) se trata *de las estaciones.* Se explican con bastante extension estos fenómenos interesantes en los artículos de letra menor; y en los de letra mayor se resume lo relativo á los caractéres principales en que se distinguen las cuatro estaciones del año, y las cinco zonas en que se considera dividido nuestro globo.

En la tercera parte (*art.* 494 *á* 513) se trata *de los años.* Se manifiesta la duracion del año tropico: se explica nuestro modo de contar los años civiles; y en los últimos artículos de letra menor se aplican estos conocimientos al modo de calcular las longitudes, ascensiones y declinaciones del Sol, y la ecuacion del tiempo, correspondientes á los dias y horas de cualquier año de este siglo, por medio del almanaque náutico de cualquier otro año anterior del mismo siglo.

De todas las materias que contiene este Capítulo, bastará que se conserve en la memoria las definiciones,

la aceleracion media de las fijas, el resúmen sobre estaciones y zonas, la duracion del año tropico, y el modo de contar los años segun nuestro calendario. Todo lo demas bastará que se comprenda; y á los Discípulos mas aplicados se les puede explicar con extension por el método que se manifiesta en el artículo 221 del Tratado de Cosmografía para la instruccion de los Guardias Marinas, impreso en Cartagena el año de 1796.

El Capítulo VIII (*art.* 513 *á* 570) trata *de la Luna*; y está dividido en dos partes.

En la primera parte (*art.* 513 *á* 552) se explican las fases, los eclipses y el mes sinódico; y se enseña el modo de determinar las horas de los pasos de la Luna por los meridianos superior é inferior del observador por medio del almanaque náutico.

En la segunda parte (*art.* 552 *á* 570) se trata *de las mareas*. Se manifiestan las causas de este fenómeno maravilloso, y la dependencia que tiene de las posiciones relativas del Sol y de la Luna, y de las distancias absolutas de dichos Astros al centro de la Tierra. Al fin se explica el modo de determinar las horas de las mareas, con la aproximacion necesaria para la práctica de la Navegacion.

Bastará que se comprendan las materias de este Capítulo contenidas en los artículos de letra mayor; y los Maestros pueden explicar todo lo relativo á las fases, representando el Sol por medio de una luz fija, y la Luna por medio de cualquier cuerpo redondo, que se hará girar alrededor de los sugetos á quienes se dirige la explicacion.

En el Capítulo IX (*art.* 570 *á* 659) se trata *de las correcciones que deben aplicarse á las alturas de los Astros*; y está dividido en seis partes.

En la primera parte (*art.* 570 *á* 600) se representa sobre dos figuras el conjunto de dichas correcciones, y se manifiesta el orden y signos con que deben aplicarse en todos los casos que se ofrecen en la Astronomía náutica.

En la segunda parte (*art.* 600 *á* 610) se explica todo lo relativo á la depresion de horizonte: en la tercera (*art.* 610 *á* 618) lo relativo á la refraccion: en la cuarta (*art.* 618 *á* 634) lo relativo á la paralaje: en la quinta (*art.* 634 *á* 655) lo relativo al semidiámetro; y en la sexta (*art.* 655 *á* 659) se manifiesta el modo de aplicar á la práctica los principios establecidos por medio de ejemplos.

El fruto del estudio de este Capítulo debe ser el resolver los problemas de la sexta parte, y el de reducir una altura verdadera de Sol ó Estrella á altura aparente de su centro sobre el horizonte sensible, lo que se consigue aplicando las correcciones al revés y en orden inverso, segun se manifiesta en el artículo 593.

Será muy conveniente que los Maestros impongan de viva voz á los Discípulos en el modo de corregir las alturas por medio de las escalas náuticas 1ª, 2ª, 3ª, 4ª, 5ª, 7ª y 8ª, segun se manifiesta en su exposicion impresa en Madrid en 1803, con el título de *explicacion de varios métodos gráficos para corregir las distancias lunares &c.*, respecto á que unas operaciones que se ofrecen con tanta frecuencia, conviene que se ejecuten por el método mas expedito.

El Capítulo X (*art.* 659 *á* 724) trata *de la resolucion de algunos problemas que tienen aplicacion al Pilotage*, y son once.

En el I (*art.* 659 *á* 663) se enseña á determinar la latitud del observador por medio de la altura meridiana de un Astro.

En el II (*art.* 663 *á* 667) se manifiesta el modo de calcular las horas del nacer y ponerse verdaderos del Sol.

En el III (*art.* 667 *á* 673) se explica el modo de hallar la amplitud verdadera: en el IV (*art.* 673 *á* 677) el modo de hallar la amplitud ó acimut correspondientes á cualquiera altura del Sol; y en el V (*art.* 677 *á* 680) el modo de determinar la hora y altura correspondientes al caso de hallarse dicho Astro en el vertical primario.

Las amplitudes ó azimutes del Sol en sus inmediaciones al horizonte deben determinarse dos ó mas veces al dia cuando se navega; y en atencion á esto convendrá el que los Maestros enseñen prácticamente el método sencillo de resolver dicho problema, que se manifiesta en los artículos 195 y 196 de la explicacion de los métodos gráficos. La facilidad de dicho método convidará á multiplicar las observaciones, y tomando el promedio de ellas se obtendrá regularmente una determinacion mucho mas exacta que la que resultaria de una observacion sola calculada con rigorosa precision.

En el problema VI (*art.* 680 *á* 686) se enseña á determinar la hora del paso de una Estrella fija por el meridiano del observador.

En el Problema VII (*art.* 686 *á* 691) se manifiesta el modo de determinar la hora del meridiano de un observador correspondiente al horario de un Astro; y el Problema VIII (*art.* 691 *á* 696) es inverso del anterior.

En el problema IX (*art.* 696 *á* 707) se explica el modo de hallar la hora del meridiano del observador correspondiente á la altura de un Astro; y en el X (*art.* 707 *á* 717) se resuelve la cuestion inversa.

Conviene que los Maestros enseñen prácticamente la resolucion gráfica de este problema, segun se manifiesta en el artículo 161 de la explicacion de los métodos gráficos, á lo menos para el caso de ser el horario agudo, que es lo mas general.

En el Problema XI (*art.* 717 *á* 724) se manifiesta el modo de determinar la latitud del observador por la altura de la Estrella Polar tomada fuera del meridiano.

Conviene que los Discípulos se adiestren en la resolucion de todos los problemas de este Capítulo que se han puesto de letra mayor; lo que se conseguirá con la aplicacion á los ejemplos.

El Capítulo XI (*art.* 724 *á* 739) trata *de la Hidrografía.* Bastará que su contenido se lea algunas veces; y los Maestros deben explicarlo con ejemplos sobre los

mapas, y sobre las cartas marinas, imponiendo á los Discípulos en el modo de figurar sobre estas las costas mas ó menos elevadas, las sondas mas ó menos profundas, y cuanto pueda contribuir á la inteligencia de los objetos representados.

En el Apéndice (*art. 739 hasta el fin*) se demuestran las proposiciones de Trigonometría esférica enunciadas en el Capítulo II, que son las únicas de que se hace uso en la práctica ordinaria de la Navegacion.

Para facilitar á los Discípulos aplicados la inteligencia de unos principios de que se deducen consecuencias de tanto uso, se delinearán los sectores de la figura 44, y el semicírculo *eEd*, por las caras anterior y posterior de unas tablitas delgadas que se recortarán. A la tablita sobre que está trazado el sector *eca* se le dejara una porcion sobrante por la parte del arco y á la izquierda de la *ce*; y se le hará una hendedura cuyo borde sea la *eA* y que tengan una anchura igual al espesor de la tablita sobre que está delineado el semicírculo *eEd*.

Hecho esto se unirán las tablitas de los sectores, pegando sobre ellas un papel ó tafetan, que haga las veces de bisagras; y el semicírculo *eEd* se sujetará de firme sobre la *Ad*, perpendicularmente al plano *acb*.

Cuando se quiera formar el triángulo esférico se harán girar los sectores sobre las *cb*, *ca*, hasta la union de los puntos *e* y *e'*; y de este modo se verá que el borde de la hendedura que representa la *Ae* describe con su movimiento el sector *eAE* del semicírculo *eEd*.

Tambien se puede trazar el triángulo rectángulo *uBE* (determinado por los catetos *Bu*, *uE*) en otra tablita que se fijará perpendicularmente sobre la *Bu*.

Lo propio puede ejecutarse con el triángulo rectángulo que se representa desenvuelto en la figura 45.

Explicando la Trigonometría esférica sobre unos modelos construidos segun se acaba de manifestar, creemos que su estudio no será mas dificultoso que el de la Trigonometría rectilínea.

Las citas á los artículos de este Tratado van precedidas de la abreviatura *art.* y las citas á la Aritmética y Geometría se indican con las correspondientes abreviaturas *Arit.*, *Geom.*, seguidas del número del artículo.

Los que para estudiar la Trigonometría esférica y Cosmografía con mas extension recurran á los Tratados impresos en Cartagena el año 1796 para la instruccion de los Guardias Marinas, tendrán presente el corregir en el segundo las tres erratas siguientes. En el artículo 206 debe decir $47°$ en vez de $23°$ y $\frac{1}{2}$. En el artículo 483 se deben suprimir los números 1º y 2º, y en su lugar debe sustituirse, *en todos casos se aplica la correccion al resultado final con signo contrario al de d''.* El ejemplo del artículo 496 no es, como se supone, el mismo del artículo 480; y por lo tanto, la verdadera correccion de segundas diferencias es $+56''$, y la declinacion exacta es $13°$.......$18'$.......$16''$.

TRATADO DE COSMOGRAFÍA.

CAPITULO PRIMERO.

NOCIONES GENERALES.

1 Se da el nombre de *Astros* á unos cuerpos enormes y aislados, que brillan con luz propia, ó reflejan la que reciben de otros Astros.

2 Con la palabra *Cielo* se suele designar toda la region ó espacio en que se hallan los Astros; que tambien se denominan *cuerpos celestes.*

3 *Astronomía* es la ciencia que trata de las posiciones y movimientos de los Astros y de los fenómenos (*) que resultan de dichos movimientos.

4 Al cuerpo enorme y aislado habitado por los hombres se le da el nombre de *Tierra*, *Globo de la Tierra*, ó *Globo Terráqueo*, porque su figura es, con corta diferencia, la de un globo ó esfera; y porque gran parte de su superficie está cubierta de agua (**).

5 *Geografía* es la ciencia que tiene por objeto la descripcion de la Tierra.

6 La Geografía se divide en *política*, y *matemática* ó *astronómica*. La *Geografía astronómica* tiene por objeto el determinar las posiciones relativas de los lugares de la Tierra, y el explicar los fenómenos que resultan de su movimiento.

7 Se da el nombre de *Cosmografía* á la exposicion de los principios fundamentales de la Astronomía y Geografía matemática.

8 En este tratado nos ceñiremos á la exposicion de los principios de Cosmografía mas precisos para la inteligencia de la Navegacion.

9 No se puede estudiar la Cosmografía con aprove-

(*) Con la palabra *fenómeno* se suelen designar los efectos que se observan en la Naturaleza, particularmente cuando son extraños.

(**) La tierra refleja la luz del Sol; y por consiguiente es un Astro respecto de un observador colocado en la Luna, ó en cualquier otro cuerpo celeste.

chamiento, sin haberse convencido de las ilusiones ópticas ó falsas apariencias con que nos engaña frecuentemente el sentido de la vista.

10 Si se miran atentamente las nubes, que arrastradas por el viento corren por debajo de la Luna, nos parece que las nubes estan paradas, y que la Luna se mueve en direccion contraria á la que siguen las nubes. Cuando se mira de través á un navío que entra en el dique, parece que el navío está parado, y que el espectador, juntamente con el piso en que insiste, se mueve en la direccion opuesta. Cuando un observador, colocado en una embarcacion que da la vuelta, contempla atentamente varios objetos fijos, le parece que dichos objetos son los que giran alrededor, en sentido contrario al del movimiento de rotacion de la nave.

11 De estas observaciones, y de otras semejantes que puede hacer cualquiera, se deduce con fundamento que nos exponemos á engañarnos groseramente, si queremos juzgar de los movimientos de los cuerpos por las apariencias.

12 Tambien sucede algunas veces que vemos los objetos en una direccion diferente de aquella en que se hallan en realidad. Esto proviene de que imaginamos los objetos en direccion opuesta á la que sigue el rayo de luz al entrar en el ojo del observador.

13 Asi, cuando la superficie tersa de un espejo refleja hácia nosotros un rayo de luz, vemos detras del espejo los objetos que en realidad se hallan delante de él. Y cuando un rayo de luz viene desde el objeto describiendo una curva, imaginamos que dicho objeto se halla en la direccion de la recta tangente á la curva en el extremo que corresponde á nosotros (*Geom.* 60).

14 Los rayos de luz se doblan, describiendo una línea angulosa siempre que pasan del agua al aire formando ángulo oblícuo con la superficie del agua; y esta es la razon por que nos parece torcido un palo recto cuando tiene una parte sumergida en dicho líquido.

15 En general, los rayos de luz se doblan cuando

pasan oblicuamente de un medio á otro de distinta naturaleza, ó de diferente densidad. Cuando la densidad del medio aumenta ó disminuye por grados insensibles, el rayo de luz muda continuamente de direccion; y por lo tanto describe una línea curva.

16 Tambien solemos formar un juicio falso de la figura de los objetos: unas veces porque no distinguimos su convexidad, cuando dicha convexidad cae hácia nosotros, y otras porque los suponemos terminados en la línea divisoria de sus partes, oscura é iluminada. Asi es, que una torre redonda, mirada de lejos, parece cuadrada. En igual caso, una esfera se nos presenta bajo la forma de un semicírculo, cuando está iluminada por el Sol la mitad del hemisferio que tenemos á la vista.

17 No son menos frecuentes las equivocaciones que padecemos, en los juicios precipitados que formamos sobre la magnitud de las cosas. Una grande ave de rapiña, que vuela á mucha distancia de nosotros, nos parece del tamaño de un gorrion; y un balon areostático, de muchas varas de diámetro, no parece mayor que una pelota. Cuando dos objetos muy distantes llegan á cubrirse, el mas inmediato nos parece que es el mayor, aunque en la realidad sea muchísimo menor que el objeto cubierto por su interposicion.

18 En los casos indicados, y en otros semejantes, suele bastar la simple razon natural para distinguir la apariencia de la realidad. En los casos que forman el objeto de la Astronomía no puede hacerse dicha distincion sin el conocimiento de varias ciencias, que exigen mucho estudio. Por esta razon, los principiantes deben desconfiar de sus luces, y sujetarse al dictamen de los sugetos instruidos, que han meditado sobre los fenómenos celestes con todo el fondo de conocimientos necesarios para el objeto.

19 Se sabe en el dia que los Astros describen con su movimiento unas curvas ovaladas, poco diferentes de la que los Geómetras designan con el nombre de *elipse.*

La figura de los Astros es sensiblemente esférica y mas bien elíptica.

20 A mas de esto, para determinar las posiciones relativas de los cuerpos celestes, respecto de un observador colocado en la Tierra, se imagina que todos los Astros estan (segun aparecen) en la superficie de una esfera inmensa, cuyo centro es el observador. Por estas razones, antes de entrar en materia, conviene manifestar los nombres y propiedades de algunos puntos y líneas, que los Astrónomos consideran en la elipse y en la esfera.

21 Si habiendo sujetado los extremos de un hilo en los puntos *s* y *z* (*fig.* 1) de suerte que quede flojo, se echa el hilo hácia arriba, y se pone tirante por medio de un lápiz *t*, haciendo correr el lápiz hácia derecha é izquierda, de suerte que el hilo se mantenga siempre tirante, dicho lápiz describirá la curva *atp*; y practicando lo mismo por la parte inferior resultará otra porcion de curva *axp*, enteramente igual á la primera.

22 A la curva expresada se le da el nombre de *elipse*, y sus mitades se llaman *semielipses*.

23 Los puntos *s* y *z*, en que se sujeta el hilo se llaman *focus* de la elipse.

24 La recta *pa*, que pasa por los focus y se termina en la periferia de la elipse, se llama su *eje mayor*. En la Astronomía se suele dar al eje mayor el nombre de *línea de los ápsides*.

25 Los puntos *a* y *p* en que el eje mayor se termina, se llaman los *vértices* de la elipse.

26 El punto *c* del eje, equidistante de *a* y *p*, se llama *centro* de la elipse.

27 La distancia del centro *c* á cualquiera de los focus *cs*, *cz* (que son iguales) se llama *excentricidad*.

28 Las rectas que pasando por el centro de la elipse tienen sus extremidades en la periferia, se llaman *diámetros*; y sus mitades, que son las rectas comprendidas entre el centro y periferia de la elipse, se llaman *semidiámetros*.

29 El diámetro *tcx*, perpendicular al eje mayor, se llama *eje menor.*

30 El eje mayor es el diámetro mas grande de la elipse; y el eje menor es el mas pequeño.

31 El sólido engendrado por la revolucion de la elipse sobre el eje menor *tx*, se llama *elipsoide achatada.*

32 Todas las secciones de la elipsoide que pasan por su eje *tx*, son elipses iguales á la generatriz.

33 Las secciones perpendiculares al eje *tx*, son círculos. El descrito por el semieje mayor *ca* es el mayor de todos, y sus polos son los de la elipsoide *t* y *x*.

34 Si en el focus *s* hay un cuerpo, al rededor del cual gira otro describiendo la elipse, las líneas *sa*, *se*, *sq* &c. tiradas desde el focus al punto de la elipse en que se halla el cuerpo, se llaman *radios vectores.*

35 El vértice *a*, mas distante del cuerpo *s*, se llama *ápside superior*; y el mas inmediato *p*, se llama *ápside inferior.*

36 En la elipse se llama *sector* la figura terminada por dos radios vectores y por el arco correspondiente de la curva.

V. g. *ase* (*fig. 1*) es un sector, y *esq* es otro.

37 Cuando el cuerpo que camina por la periferia de la elipse pasa de *a* á *e*, y de *e* á *q* &c., se dice que el radio vector decribe los sectores *ase*, *esq* &c.

38 Es evidente que al paso que sea menor la excentricidad *cs*, será menor la diferencia entre los radios vectores; de suerte que si los focus *s* y *z* se unen en *c*, será cero la excentricidad, y la elipse se convertirá en un círculo perfecto, cuyos radios vectores son los radios.

39 Describiendo arcos con los radios vectores *sm*, *sx* &c., se ve que mientras que el cuerpo que describe la elipse camina del ápside inferior al superior, aumentan las distancias á *s*; y dichas distancias ó radios vectores, disminuyen mientras camina el cuerpo del ápside superior *a* al inferior *p*. La distancia *sa* es la mayor, y *sp* la menor de todas.

40 Por *movimiento angular* se entiende la alteracion del ángulo que el radio vector forma con la línea de los ápsides *sa*; ó lo que es lo mismo, el movimiento del cuerpo, referido desde *s* á la circunferencia de un círculo cuyo centro está en dicho focus.

V. g. si el ángulo *esa* vale 1.°, y el cuerpo ha empleado una hora en pasar de *e* á *a*, se dice que el movimiento angular del cuerpo es de 1.° en una hora.

41 Por *distancia media* se entiende la que es un medio aritmético entre la menor *sp* y la mayor *sa*: esto es, una distancia igual á *ca* (*Arit.* 239 *núm.* 4.°).

42 Por *movimiento medio* se entiende el movimiento angular que tendria el cuerpo; si dicho movimiento fuese uniforme. Por esta razon, partiendo 360° por el tiempo que emplea el cuerpo en describir toda la elipse, resultará por cuociente el movimiento medio. Si el divisor ha sido el número de dias, el cuociente manifestará el movimiento medio correspondiente á cada dia &c.

43 En lenguage astronómico se da el nombre de *ecuador* al círculo máximo cuyo eje es el de la esfera.

44 Como todos los círculos máximos (*Geom.* 453) tienen su centro en el de la esfera, su comun seccion será un diámetro (*Geom.* 365).

45 Por consiguiente, las intersecciones de las circunferencias de dos círculos máximos serán dos puntos diametralmente opuestos; y la distancia entre dichas intersecciones será de 180°.

46 Dos puntos de la superficie de la esfera, que no estan diametralmente opuestos, determinan la posicion de un círculo máximo, respecto á que dichos círculos deben pasar por el centro de la esfera (*Geom.* 453 *y* 361).

47 Como los ejes de todos los círculos pasan por el centro de la esfera (*Geom.* 450), y este punto es comun á todos los círculos máximos, de lo demostrado sobre los planos perpendiculares (*Geom.* 389 *á* 394) se deducen como corolarios las proposiciones siguientes.

1.º Si un círculo máximo es perpendicular á otro máximo ó menor, pasará por sus dos polos (*Geom.* 393).

2.º Si un círculo máximo pasa por uno de los polos de otro círculo máximo ó menor, pasará tambien por el otro polo (*Geom.* 360); y le será perpendicular (*Geom.* 390).

3.º Si un círculo, máximo ó menor, es perpendicular á varios máximos, los polos de dicho círculo estarán en las dos comunes secciones de las circunferencias de los máximos á que es perpendicular (*Geom.* 389 *y núm.* 1.º).

4.º Si un círculo, máximo ó menor, tiene un polo en la interseccion de las circunferencias de varios máximos, será perpendicular á todos ellos (*núm.* 2.º *y Geom.* 389); y tendrá el otro polo en la otra comun seccion de dichas circunferencias.

5.º Todos los círculos que tengan un polo en la interseccion de las circunferencias de varios máximos, tendrán por eje á dicha comun seccion (*núm.* 4.º); y por lo tanto serán paralelos entre sí (*Geom.* 403).

6.º Si dos círculos máximos *A* y *B* son perpendiculares entre sí, los polos de *A* estarán en la circunferencia de *B*; y los polos de *B* estarán en la circunferencia de *A* (*núm.* 1.º).

7.º Si un círculo máximo *A* tiene sus polos en la circunferencia de otro máximo *B*, el círculo *B* tendrá sus polos en la circunferencia de *A* (*núm.* 2.º *y* 1.º)

8.º Todos los círculos que tengan un polo en la circunferencia de un círculo máximo, quedarán divididos en dos partes iguales por dicho máximo, respecto á que la comun seccion pasará por su centro (*núm.* 2.º *y Geom.* 360); y por consiguiente será un diámetro (*Geom.* 364).

9.º Todos los círculos paralelos tendrán el mismo eje y los mismos polos, puesto que la recta que pasando por el centro es perpendicular á uno de ellos, será perpendicular á todos los demas (*Geom.* 403 *y* 450).

48 Por *ángulo esférico* se entiende el formado por dos arcos de círculo máximo, que se cortan ó concurren en un punto.

49 *Teorema.* El ángulo esférico es igual al formado por los planos de los círculos.

Demostracion. Sea *ctu* (*fig.* 3) el ángulo esférico de que se trata. Dicho ángulo será igual al ángulo rectilíneo *mtb*, formado por las tangentes de los arcos (*Geom.* 63). Es asi que dichas tangentes son perpendiculares á la comun seccion *top* (*art.* 44 *y Geom.* 183); y cada una de ellas se halla en el plano de su círculo (*Geom.* 64). Luego el ángulo formado por las tangentes es igual al de la inclinacion de los planos *putp*, *pctp* (*Geom.* 380).

50 *Corolario.* El ángulo esférico tiene por medida cualquiera de los arcos, que teniendo su polo en el vértice estan comprendidos entre sus lados (*art.* 47 *núm.* 5º *y Geom.* 381.)

V. g. la medida del ángulo *cpu* (*fig.* 3) será el arco *uc* de círculo máximo, que tiene su polo en *p*; ó el arco de cualquier círculo menor, como *ri*, que tenga su polo en dicho punto.

51 *Corolario.* Si dos semicírculos máximos salen del polo de varios círculos, todos los arcos de estos círculos comprendidos entre los semicírculos máximos serán de igual número de grados, puesto que todos ellos son medidas del ángulo esférico formado por dichos semicírculos.

52 Los dos ángulos *ctu*, *cpu* (*fig.* 3) formados por las mismas semicircunferencias, se llaman *ángulos distantes un semicírculo.*

53 Los ángulos distantes un semicírculo son iguales, respecto á que ambos son iguales al de la inclinacion de los planos.

54 De lo establecido (*art.* 49 *y Geom.* 381 *á* 386) se deducen los siguientes corolarios.

1º Los ángulos esféricos opuestos por el vértice son iguales.

2º Todos los ángulos esféricos sucesivos formados por varios arcos que concurren ó se cruzan en un punto, valen 360°.

3.º Todos los ángulos sucesivos formados en un punto, por varios arcos que caen hácia un lado de la circunferencia de un círculo máximo, valen 180°.

4.º De los cuatro ángulos que forman dos arcos de círculo máximo que se cruzan, los dos son agudos, é iguales entre sí; y los otros dos son obtusos, y suplementos de los primeros.

55 Casi siempre que se trata de distancias entre varios cuerpos celestes, se entiende que estas son las *distancias angulares.*

56 Se llaman *distancias angulares* los ángulos formados por las rectas que salen del ojo del observador, y pasan por los objetos que se trata de comparar.

V. g. si *o* (*fig.* 2) es el ojo del observador, y *l* y *e* son los objetos, la distancia angular será *LoE*; y su medida es el arco *LE*, cuyos radios *son oL*, *oE*.

57 *Corolario.* Si se imagina una esfera, de cualquier tamaño, cuyo centro sea el ojo del observador, las distancias angulares entre varios objetos serán iguales á los arcos de círculos máximos comprendidos entre los radios de la esfera que pasan por dichos objetos.

58 Por distancia de un Astro á un círculo máximo tambien se suele entender la distancia angular. Esto es, el ángulo que la recta tirada del observador al Astro forma con el plano del círculo máximo de que se trata.

V. g. si *o* (*fig.* 3) es el ojo del observador, *cou* el plano del círculo, y *a* el Astro, imaginando el plano *touet* perpendicular á *cou*, la distaneia angular del objeto al círculo será *eou* (*Geom.* 394); y su medida será el arco de círculo máximo *eu*.

59 *Corolario.* Si se imagina que el ojo del observador está en el centro de una esfera, de cualquier tamaño, la distancia angular de un punto *a* á un círculo máximo C, se cuenta sobre la circunferencia de un círculo máximo que pasa por los polos de *C* (*art.* 47 *núm.* 1.º), y por la extremidad del radio correspondiente al punto *a*.

60 Se llaman *círculos correspondientes* de varias esferas

concéntricas aquellas cuyas circunferencias estan formadas por las extremidades de los mismos radios.

V. g. el círculo *ae* (*fig.* 4) de la esfera interior es correspondiente del círculo *AE* de la exterior, por estar determinadas sus circunferencias por los extremos de los mismos radios *oe*, *oE*; *oa*, *oA* &c.

61 *Corolario.* Los círculos correspondientes de varias esferas concéntricas son secciones paralelas á la base de un mismo cono.

En efecto (*fig.* 4), si el triángulo rectángulo *MoL* gira sobre el cateto *oM*, la hipotenusa *oL* describirá la superficie convexa de un cono, el cateto *ML* describirá la base, y sus paralelas *CE*, *ce* &c. describirán círculos paralelos á la base, que por la definicion (*art.* 60) serán círculos correspondientes de las esferas, cuyos radios son *oE*, *oe* &c.

62 Los círculos correspondientes de varias esferas concéntricas tienen un mismo eje, que es el eje del cono de que son secciones.

63 *Corolario.* Los círculos máximos correspondientes de varias esferas concéntricas estan en un mismo plano, respecto á que los radios de la esfera, cuyas extremidades determinan sus circunferencias, estan en un mismo plano (*Geom.* 360).

64 La distancia entre dos círculos paralelos se mide sobre el arco de círculo máximo que pasa por sus polos: esto es, sobre el arco de círculo máximo perpendicular á ambos paralelos.

V. g. la distancia del círculo *ce* (*fig.* 4) á su paralelo *od*, será el arco *de* y la distancia de *CE* á *oD* será el arco *DE*.

65 *Corolario.* La distancia entre dos círculos paralelos de una esfera es igual á la distancia entre sus correspondientes de cualquiera otra esfera concéntrica.

66 La distancia angular de un punto á un círculo menor se mide sobre el arco de círculo máximo determinado por el eje del círculo, y por el radio de la esfera correspondiente al punto.

V. g. la distancia angular del punto *u* (*fig.* 4) al círculo *ae*, es *de*; y la distancia angular del mismo punto al círculo *AE* de la esfera exterior, es *DE*.

67 *Corolario.* La distancia angular de un punto á

todos los círculos correspondientes de varias esferas concéntricas es la misma.

68 *Corolario.* De lo dicho (*art.* 57 *y* 60) resulta que las circunferencias y puntos correspondientes de varias esferas concéntricas estan colocados en las extremidades de los mismos radios.

69 *Corolario.* De esto y de lo establecido (*art.* 56 *á* 60) resulta que si se imagina el ojo del observador en el centro de una esfera, de cualquier tamaño, para comparar las distancias angulares de varios puntos entre sí, ó respecto de los círculos, se puede imaginar que todos los puntos estan colocados sobre la superficie de la esfera, en las extremidades de los radios que pasan por cada uno de ellos.

70 De estos principios, y de los establecidos en la Geometría, se deducen los corolarios siguientes.

1.° Los polos de todo círculo máximo distan 90° de dicho círculo, respecto á que es recto el ángulo formado por el eje y el plano del círculo en el centro de la esfera.

Esto es, que si (*fig.* 19) *z* es el polo del círculo *ho*, será *zco*=*zeo* =90°.

2.° La distancia de un punto al polo de un círculo máximo es complemento de la distancia del punto al círculo.

Esto es que si (*fig* 19) *z* es el polo del círculo *ho*, será *ez* complemento de *eo*.

3.° Si la distancia de un punto á un círculo máximo es de 90°, dicho punto será el polo.

Esto es, que si (*fig.* 19) *ho* es un círculo máximo, y *oz*=90°, será *z* el polo de *ho*.

4.° El ángulo agudo formado por dos círculos máximos es igual á la menor distancia de sus polos (*Geom.* 396).

Esto es, que si (*fig.* 19) *ho*, *eq* son dos círculos máximos, y *z* y *n* sus polos, será *eco*=*ncz*; y *eo*=*nz*.

5.° Si *A* y *B* son dos círculos máximos, la distancia

del polo de *A* al círculo *B* es igual á la distancia del polo de *B* al círculo *A* (*Geom.* 398).

Esto es, que si (*fig.* 19) *ho*, *eq* son los círculos, y *z* y *n* sus polos, será *zce*=*nch*; y *ez*=*hn*.

6.° El ángulo formado por dos círculos máximos *A* y *B* es complemento de la distancia del polo de *A* al círculo *B*, y de la distancia del polo de *B* al círculo *A* (*Geom* 397).

Esto es, que si (*fig.* 19) *ho*, *eq* son los círculos, y *z* y *n* sus polos, será *zce*=*nch*=90°—*eco*; ó lo que es lo mismo *ez*=*hn*=90°—*eo*=90°—*hq*.

71 *Teorema.* El polo de un círculo está equidistante de todos los puntos de su circunferencia.

Demostracion. Si *m* (*fig.* 4) es el polo del círculo menor *ae*, todas las distancias absolutas de *m* á la circunferencia serán iguales (*Geom.* 373). Es asi que las distancias absolutas son cuerdas de los arcos que miden las distancias sobre la superficie de la esfera: luego estas distancias son tambien iguales entre sí.

CAPITULO II.

NOCIONES DE TRIGONOMETRIA ESFERICA.

72 Por *triángulo esférico* se entiende el formado sobre la superficie de la esfera, por tres arcos de círculo máximo.

V. g. si *c* (*fig.* 5) es el centro de una esfera, cuyos radios son *ce*, *ca*, *cb*, los arcos descritos con dichos radios formarán el triángulo esférico *aeb*.

73 Los valores de los lados de los triángulos esféricos se expresan en grados, minutos &.; y por esta razon se llaman grandes ó pequeños con respecto al número de grados que contienen, y no con respecto á su extension absoluta en leguas, brazas &c.

74 *Trigonometría esférica* es la ciencia que enseña á resolver los triángulos esféricos.

Si *m*, *n*, *s* (*fig.* 5) son tres puntos colocados en los radios que se terminan en *a*, *b* y *e*, y *c* es el ojo del observador, los lados del triángulo esférico *acb* representarán las distancias angulares de los puntos *m*, *s*, *n*; y los ángulos esféricos de dicho triángulo serán los mismos que forman los sectores *acb*, *ace* &c. determinados por los radios correspondientes á dichos puntos (*art.* 49.) Esta observacion basta para formar alguna idea de las aplicaciones de la Trigonometría esférica.

75 Dos arcos de círculo máximo que salen de un punto *a* (*fig.* 8) se vuelven á encontrar en un punto *e* distante 180° de *a* (*art.* 45). Por esta razon, en la Trigonometría esférica no se trata de los triángulos que tienen un lado de mas de 180°.

76 *Axioma.* Si se imagina (*fig.* 6) que el sector *eca* gira sobre el radio *ca* hácia la izquierda, y que el sector *ecb* gira sobre el radio *cb* hácia la derecha, hasta que dichos dos sectores se hallen en el plano del tercero *acb*, el triángulo esférico *aeb* quedará desenvuelto sobre un plano, en los términos que se representa en la figura 7.

77 *Corolario.* Luego inversamente, si el sector *eca* (*fig.* 7) gira sobre el radio *ca* hácia la derecha, y el sector *e′ cb* gira sobre *cb* hácia la izquierda, hasta que los puntos *e* y *e′* se reunan en *E*, resultará un triángulo esférico como el de la figura 6; y es evidente que todo triángulo esférico puede imaginarse formado de este modo.

78 *Teorema.* Si se imagina un triángulo esférico cuyos lados (*fig.* 7) son los arcos *ea*, *ab*, *be′*, y se tira la *et* perpendicular al radio *ca*, y la *e′ K* perpendicular al radio *cb*, la interseccion *u* de las perpendiculares *et*, *e′ K* será el punto en que se termina la perpendicular al plano del sector *acb*, bajada desde el vértice *E* del ángulo opuesto del triángulo.

Demostracion. 1.° Girando el sector *eca* sobre el radio *ca*, la *Ae* describirá un semicírculo *eEd*, cuyo diámetro es *ed*, y cuyo eje es *ca* (*Geom.* 367, ó 375): esto es, que *ca* será perpendicular á dicho semicírculo.

2.° Por consiguiente, los planos *eEd*, *acb* serán perpendiculares (*Geom.* 390 *y* 389): esto es, que el semicírculo producido por la rotacion de *Ae* es perpendicular al sector *acb*.

3.° Del mismo modo se demuestra que girando el sector *bce′* sobre el radio *cb*, la *Be′* producirá un semicírculo perpendicular al plano del sector *acb*, cuyo diámetro será *e′ K*.

4.° Los semicírculos producidos por las rotaciones de las *Ae*, *Be′* tienen comunes el punto *u* (en que se cruzan sus diámetros) y el punto *E*, en que deben concurrir *e* y *e′* para que resulte el triángulo esférico. Luego *Eu* es la comun seccion de dichos semicírculos perpendiculares al plano *acb*. Por consiguiente (*Geom.* 392), *Eu* es la perpendicular al plano *acb*, bajada desde el vértice del ángulo opuesto del triángulo esférico.

79 *Teorema.* Si (*fig.* 7) *c* es el centro de la esfera, y *ea*, *ab*, *be′*

posicion anterior, la diferencia entre el lado *na* ó *ne* (que llamaremos base), y el primer segmento *nu*, da el valor del segundo segmento; y es el coseno del primer segmento al coseno del segundo segmento, como el coseno del primer lado *nz* es al coseno del lado opuesto al ángulo *n*.

103 La regla para conocer la especie de dicho lado es la misma que se dió en la proposicion anterior (*art.* 100).

104 Estas dos proposiciones (*art.* 99 *y* 102) sirven para cuando, conociendo en un triángulo esférico oblicuángulo los dos lados y el ángulo comprendido, se quiere hallar el lado opuesto á dicho ángulo.

105 Tambien se hace uso de dichas proposiciones cuando se conocen dos lados y un ángulo opuesto, y se quiere determinar el lado adyacente al ángulo conocido. En este caso, se halla el primer segmento s por la proposicion 3.ª, y se cambia el orden de las razones de la 4.ª diciendo, el coseno del lado adyacente es al coseno del lado opuesto al ángulo conocido, como el coseno del primer segmento s es al coseno del segundo segmento s'.

106 Se determinarán las especies de s y s' por la regla dada (*art.* 100); y el lado que se busca es igual á la suma de los segmentos $s+s'$, ó á su diferencia $s-s'$, segun que los dos ángulos adyacentes á dicho lado son de la misma especie, ó de especies diferentes. Esto se puede determinar por consideraciones particulares.

107 De estas reglas generales (*art.* 104 *y* 105) se deducen otras particulares para la práctica del Pilotage, segun se manifestará en su lugar.

108 Si el triángulo propuesto es *nzu* (*fig.* 11): esto es, rectángulo, el primer segmento *nu* será el cateto adyacente al ángulo *n*; el segundo segmento será cero; el lado *nz* será la hipotenusa; y el otro cateto será el arco perpendicular *zu*. Por consiguiente, en los triángulos rectángulos será el coseno de uno de los catetos al coseno de cero, como el coseno de la hipotenusa es al coseno del otro cateto; y como el coseno de cero es el radio (*Geom.* 505), se podrá decir que

109 En todo triángulo rectángulo el coseno de uno de los catetos es al radio, como el coseno de la hipotenusa es al coseno del otro cateto.

110 *Proposicion* 5.ª Si en un triángulo esférico se llama a uno de los ángulos, l y L los lados que lo forman, b el lado opuesto al ángulo a, s la suma de los tres lados, d la diferencia entre la semisuma de los tres lados y el lado b, y R el radio de las tablas, será

$$\cos.^2\left(\tfrac{1}{2}a\right)=\frac{R^2\times\text{sen.}\tfrac{1}{2}s\times\text{sen.}d}{\text{sen }L\times\text{sen.}\,l};\ \text{y}\ \cos.\tfrac{1}{2}a=\left(\frac{R^2\times\text{sen.}\tfrac{1}{2}s\times\text{sen.}d}{\text{sen.}L\times\text{sen.}\,l}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

111 Esta fórmula sirve para hallar cualquiera de los ángulos de un triángulo esférico, en el cual se conocen los tres lados; y se aplica á la práctica operando como sigue.

1.° Se suman los tres lados, y se saca la mitad de la suma, que llamaremos *semisuma* ($=\frac{1}{2}s$).

2.° De la semisuma se resta el valor del lado b, opuesto al ángulo que se trata de determinar; y al residuo se le da el nombre de diferencia ($=d$).

3.° Se escriben en columna los complementos aritméticos de los logaritmos de los senos de los lados l y L, que comprenden el ángulo a, y los logaritmos de los senos de la semisuma y diferencia.

4.° Se suman los cuatro logaritmos, y el resultado será el logaritmo del cuadrado del coseno de la mitad del ángulo a.

5.° Se toma la mitad de la suma de logaritmos; se busca dicha semisuma de logaritmos en la columna de los cosenos (*Geom.* 531 *á* 537), y el arco correspondiente será la mitad del ángulo a.

6.° Duplando el arco ó ángulo que resulta, se tiene el valor del ángulo a, que se trata de determinar.

112 *Corolario.* Si los arcos son infinitamente pequeños, se confundirán con sus senos (*Geom.* 54 *y* 498). Es asi que todo triángulo rectilíneo se puede considerar como un triangulo esférico de lados infinitamente pequeños (*art.* 73): luego esta misma proposicion 5.ª se aplicará á los triángulos rectilíneos, segun se enunció (*Geom.* 557).

113 *Corolario.* Si dos triángulos esféricos tienen los tres lados del uno iguales á los del otro, tambien tendrán iguales los tres ángulos, respecto á que sus mitades, que deben ser menores que 90° (*art.* 54 *núm.* 3.°), tienen un mismo coseno (*Geom.* 504 *y* 499).

CAPITULO III.

DEL SISTEMA DEL MUNDO.

114 Por *sistema del Mundo* se entiende la posicion respectiva de los Astros, y las alteraciones que en dicha posicion resultan de la combinacion de sus movimientos. Hace mas de un siglo que todos los grandes Matemáticos tienen por absurdas las hipótesis monstruosas de Tolomeo, Tico &c., y unánimes convienen en que el verdadero sistema del Mundo es el siguiente.

115 El Sol ⊙ (*fig.* 12) es un globo luminoso, cuyo radio contiene mas de 110 veces al radio de la Tierra; y gira en unos 27 dias alrededor de su centro, que está fijo, prescindiendo de un movimiento poco sensible, comun con todos los cuerpos que lo rodean. Su distancia á la Tierra es de unos 24000 semidiámetros terrestres, ó 220 semidiámetros solares.

116 Las estrellas fijas ✳ son otros tantos soles, colocados á una distancia inmensa del nuestro hácia todos lados; y su movimiento respecto de nosotros es casi imperceptible.

117 La distancia de unas á otras es regular que sea tan grande ó mayor que la distancia del sol á las menos remotas.

118 Llamaremos en adelante *esfera celeste* á la que se imagina descrita con un radio infinito, desde el Sol, ó desde cualquiera de los *Planetas.*

119 Los *Planetas* son unos cuerpos esféricos y opacos, que reflejan la luz del Sol. Describen unas elipses poco excéntricas, en cuyo focus está dicho Astro, y no se alejan á distancias que los hagan invisibles. A las curvas elípticas, que describen los *Planetas*, se da el nombre de *órbitas planetarias.* Los Planetas conocidos hasta ahora son siete; y con respecto á sus distancias al Sol se hallan en el órden siguiente.

120 Mercurio ☿, Venus ♀, la Tierra ♁, Marte ♂, Júpiter ♃, Saturno ♄, Heschell ♅.

121 Hace poco tiempo que Piazzi y Olbers han descubierto dos Planetas muy pequeños, que se hallan entre Marte y Júpiter, y solo se distinguen con los mejores anteojos astronómicos.

122 A mas de estos, que se distinguen con el nombre de *Planetas primarios*, hay otros llamados *Planetas secundarios*, *Lunas* ó *Satélites*, que acompañan á los Planetas primarios en sus revoluciones alrededor del Sol, describiendo continuamente unas elipses movibles, poco excéntricas, alrededor del Planeta primario á que pertenecen.

123 La Luna ☾ es el Satélite de la Tierra, alrededor de la cual hace una revolucion en 27 dias y medio. Su radio es unos $\frac{3}{11}$ del radio de la Tierra, y dista de ella unos 60 semidiámetros terrestres.

124 Júpiter tiene cuatro Satélites, algunos de ellos casi tan grandes como la Tierra.

125 Saturno y Herschell tiene tambien sus Satélites, y unos anillos ó coronas enteramente separadas de sus cuerpos.

126 Tambien pertenecen al sistema solar los *Cometas*. Estos son unos cuerpos opacos, que describen elipses muy excéntricas, en cuyo focus está el Sol. Se alejan á distancias sumamente grandes, y por esta razon solo se descubren durante algun tiempo. En la figura se representa la órbita de un Cometa *C*.

127 Se cree que los globos de los Cometas tienen alrededor una atmósfera vaporosa, como la de la Tierra en tiempo de niebla; y á la reflexion de los rayos solares en dicha atmósfera se atribuyen las barbas ó cabelleras luminosas que los acompañan.

128 En la figura no se pueden representar las órbitas de los Planetas en la debida proporcion, por ser la de la Luna como un punto, respecto á la de Herschell, y la de este Planeta como un punto, respecto á la gran distancia á que se hallan colocadas las Estrellas fijas.

129 A mas del movimiento de traslacion con que los Planetas y Satélites describen las curvas expresadas, se ha observado en muchos de ellos otro movimiento, como el del Sol, alrededor de un eje que pasa por su centro, y se mantiene paralelo á sí mismo (con cortísima diferencia), formando ángulos mas ó menos oblicuos con los radios vectores de su órbita.

130 Al movimiento expresado de los Astros alrededor de su propio centro se da el nombre de *movimiento giratorio*, ó *movimiento de rotacion*.

131 La Tierra emplea muy poco mas de un año en dar la vuelta alrededor del Sol, en virtud de su movi-

miento de traslacion; y gira sobre su eje en poco menos de 24 horas.

132 Los movimientos de traslacion de los cuerpos celestes son muy irregulares; pero los de rotacion son uniformes. Por esta razon se ha escogido para medida del tiempo el movimiento giratorio de la Tierra, que tambien se llama *movimiento diurno*, porque es el que produce los dias y las noches, como se manifestará en su lugar.

133 Al conjunto de cuerpos que se mueven alrededor del Sol se da el nombre de *sistema solar*. Y no es inverisímil que cada una de las Estrellas fijas sea el centro de un sistema semejante al solar, con sus Planetas, Cometas y Satélites.

134 Cuanto se observa en los movimientos de los Astros, y otros fenómenos muy interesantes de la Naturaleza, son el resultado de estos principios sencillísimos.

1.° Todos los cuerpos se atraen con una fuerza que está en razon directa de su masa ó cantidad de materia, é inversa del cuadrado de su distancia.

2.° La fuerza total de atraccion de un cuerpo es el resultado de la suma de las atracciones de todas sus partículas.

3.° A la fuerza que resulta de la suma de las atracciones de todas las partículas de la Tierra se da el nombre de *gravedad*.

4.° Por *peso de un cuerpo* se entiende el resultado de la suma de las fuerzas con que todas sus partículas tiran á aproximarse al centro de la Tierra, en virtud de la gravedad.

5.° Cada uno de los Astros recibió primitivamente un impulso en un punto mas ó menos distante de su centro.

6.° El impulso primitivo, por sí solo, produciria el movimiento de rotacion, y un movimiento de traslacion uniforme en línea recta.

135 La fuerza de atraccion del Sol encurva la direccion del movimiento de los Planetas primarios y Cometas, y los obliga á describir elipses, en cuyo focus se halla dicho Astro.

136 La atraccion de la Tierra encurva la direccion del movimiento de la Luna, y la obliga á describir una elipse, en cuyo focus movible se halla dicho Planeta primario; y lo propio ejecutan Júpiter, Saturno y Herschell, con sus Satélites.

137 Al profundo Isaac Newton se debe el descubrimiento de estos principios, y la demostracion de las leyes mas principales que de ellos se derivan.

138 El cálculo é investigacion de dichas leyes constituye el objeto prinpal de una ciencia sumamente complicada y dificil, llamada *Astronomía física.* Tobías Mayer, Eulero, la Place, y otros Genios de primer orden han deducido de dicha ciencia los principios que sirven de base para la construccion de las mejores tablas astronómicas.

139 Las tablas de los movimientos del Sol, de los Satélites de Júpiter y de la Luna son de la mayor utilidad para determinar la verdadera posicion relativa de los lugares de la Tierra, y para la seguridad de la Navegacion.

140 Las leyes mas notables que se observan en los movimientos de los Astros, son las siguientes.

1.º Las areas de los sectores elípticos que el radio vector de un mismo Planeta, Cometa ó Satélite describe en tiempos iguales, son iguales (*).

2.º Cuando varios cuerpos celestes describen elipses alrededor de un mismo focus, los cuadrados de los tiempos qne emplean en cada revolucion estan entre sí en razon directa de los cubos de sus distancias medias al focus.

141 Las atracciones de unos Planetas sobre otros ocasionan alguna alteracion en estas leyes. A dicha alteracion se da el nombre de *perturbacion*; y en el cálculo de las perturbaciones consiste la principal dificultad de la Astronomía física.

142 Para distinguir las Estrellas fijas se imaginan en el Cielo varias figuras de hombres, animales &c. llamadas *constelaciones*; y á cada Estrella se le da el nombre de una letra griega, y el de la constelacion á que pertenece.

Bien que algunas de ellas tienen nombres propios, como *Aldebarán*, que está en el ojo del Toro; *Régulo*, que está en el corazon del Leon; *Sírio*, que está en la constelacion del Perro ó Can mayor (y es la mas brillante del Cielo); *Procion*, que está en el Can menor; *Fomalot*, en el Pez austral; y la *Polar* en la extremidad de la cola de la Osa menor, que es la mas interesante de todas.

143 Tambien se distribuyen las Estrellas fijas (que se distinguen á la simple vista) en seis clases llamadas

(*) Esta es una de las razones por qué cerca del ápside superior el movimiento verdadero es menor que el medio, y mayor en las inmediaciones del apside inferior.

magnitudes. Las de *primera magnitud* son las mas brillantes, y asi sucesivamente hasta las de *sexta* magnitud, que apenas se distinguen á la simple vista.

Pero hay á mas un crecidísimo número de Estrellas, que solo se pueden ver con el auxilio de los anteojos astronómicos. En dicha clasificacion cabe alguna arbitrariedad, y asi, unos cuentan entre las de primera magnitud Estrellas fijas que otros llaman de segunda.

144 Las Estrellas de primera magnitud son 20, las de segunda 65, las de tercera 205. De las demas no se hace uso en la práctica ordinaria de la Navegacion.

145 El número de estrellas visibles á la simple vista es 2843, y las visibles con los buenos anteojos son innumerables.

146 La gran faja blanquecina, llamada vulgarmente *el camino de Santiago*, y por los Astrónomos *la via láctea*, es probable que sea un conjunto de Estrellas muy distantes.

147 Para venir en conocimiento de las Estrellas fijas se puede recurrir al *planisferio*, que representa sobre el plano del papel la proyeccion ó vista de la esfera celeste dividida en dos mitades; y mejor al *globo celeste*, que es una esfera en cuya superficie estan delineadas las constelaciones, y representadas las Estrellas en su verdadera posicion.

148 En cuanto á los Planetas conviene advertir, que Mercurio se ve con dificultad por su mucha inmediacion al Sol; y no se hace uso de él en la Astronomía náutica.

149 Venus se aleja mas del Sol, se distingue de todos los Astros por su mucho brillo; y es el único Planeta que centellea como las Estrellas fijas.

150 Júpiter (aunque menos brillante que Venus) se distingue de las Estrellas fijas por su blancura y claridad.

151 Saturno solo se distingue de las Estrellas fijas en que no centellea.

152 Marte, á mas de la propiedad de no centellear (peculiar de los Planetas), se distingue por su color encendido.

CAPITULO IV.

DEL MODO DE DETERMINAR LA POSICION DE LOS CUERPOS CELESTES.

153 El eje sobre que gira la Tierra se llama *eje del Mundo*; y cuando se dice simplemente *el ecuador*, se entiende que se habla del de la Tierra, al cual tambien se le da el nombre de *equinoccial.*

154 Los puntos en que el eje de la Tierra prolongado se termina en la esfera celeste, se llaman *polos del Mundo.* El único que pueden descubrir los habitantes de la Europa está muy inmediato á una estrella fija, llamada por esta razon *la Estrella Polar.* Dicho polo se llama *polo del norte*, *septentrional*, *boreal* ó *ártico*; y su opuesto se llama *polo del sur*, *meridional*, *austral* ó *antártico.* Estos mismos nombres se dan á los polos de la Tierra, y á los respectivos hemisferios en que el plano del ecuador divide el globo de la Tierra, y á la esfera celeste.

155 Se supondrá que el polo del norte cae hácia la parte anterior del plano de la fignra 12, y el polo del sur hácia la parte posterior.

156 El plano de la orbita de la Tierra, prolongado hasta la esfera celeste, se llama *eclíptica.* En la figura 12 se supone que la eclíptica se halla en el plano del papel.

157 De los dos hemisferios en que la eclíptica divide á la esfera celeste, aquel en que está el polo norte del Mundo se suele llamar hemisferio *superior* ó *boreal*; y el opuesto se denomina *inferior* ó *austral.*

158 Los dos puntos de interseccion de la eclíptica y la equinoccial se llaman *puntos equinocciales.*

159 El punto equinoccial en que vemos al Sol cuando nos parece que pasa del hemisferio inferior al sup rior, se llama *primer punto de Aries*; y su opuesto es *el primer punto de Libra.*

160 En la figura 12 se supone que *A* y *L* son los puntos equinocciales.

161 La línea *AL* (*fig.* 12) gira sobre el centro ⊙, sin salir del plano de la eclíptica, y describe un arco de unos 50′ cada año, en sentido contrario al movimiento de traslacion de la Tierra. Dicho movimiento de los puntos equinociales se llama *la precesion de los equinoccios.* Si los puntos equinocciales se hallan en este año en *A* y *L*, el año que viene se hallarán en *b* y *e*.

162 El ángulo de la eclíptica con la equinoccial es lo que se llama *la oblicuidad de la eclíptica*; y es igual á la distancia entre los polos de dichos círculos, ó al ángulo que forman sus ejes (*art.* 70 *núm.* 4.°).

163 La oblicuidad de la eclíptica es en el dia de 23°... 27′.....53″; y por un movimiento muy lento del eje de dicho círculo disminuye á razon de medio segundo en cada año. A mas de esto, por un movimiento alternativo del eje de la Tierra, llamado *nutacion*, la oblicuidad de la eclíptica varía 9″ en mas y menos; y dichas variaciones se restablecen cada 18 años.

164 Para representar los movimientos de todos los Planetas y Satélites, segun su verdadera direccion, conviene tener muy presente lo que sigue.

Si se imagina un observador colocado de suerte que su cabeza se dirija al polo norte, y sus pies hácia el polo sur de la equinoccial, el movimiento giratorio de la Tierra y el de traslacion de la Luna, siguen la direccion de derecha á izquierda. En este mismo sentido se mueven la Tierra y todos los Planetas alrededor del Sol, respecto de un observador que mira hácia ellos desde el centro de dicho Astro. Si el observador se imagina colocado en los mismos términos en el centro de cualquier Planeta, la direccion expresada será la del movimiento de sus Satélites, y la de su movimiento giratorio.

Es evidente, que si la posicion del observador es inversa: esto es, si su cabeza es la que corresponde al

polo del sur, y sus pies al del norte, los movimientos expresados se harán hácia su derecha.

Será pues *lmnol* la direccion en que se mueve Marte (*fig.* 12); y ☾ *ud* la direccion del movimiento de la Luna, y de la rotacion de la Tierra &c.

165 La direccion en que se mueven los Planetas se llama direccion *de occidente á oriente*, ó *del oeste al este*; y su opuesta, que es la *de oriente á occidente*, ó *del este al oeste*, es aquella en que nos parece que todos los Astros giran alrededor de nosotros en 24 horas, poco mas ó menos.

166 Los Cometas se mueven en todas direcciones: esto es, los unos de derecha á izquierda, los otros de izquierda á derecha &c., respecto de un observador colocado como se ha dicho en los artículos antecedentes.

167 Los planos de las órbitas de los Planetas se cortan formando distintos ángulos, y sus comunes secciones se dirigen hácia diferentes puntos. Pero como los planos de las órbitas de los Planetas primarios y Cometas pasan por el centro del Sol, las comunes secciones de todas ellas deberán pasar por dicho Astro.

168 A la comun seccion del plano de la órbita de un Planeta con el plano de la eclíptica (que es el plano de la órbita de la Tierra) se da nombre de *línea de los nodos*, y sus extremidades en la esfera celeste se llaman *nodos*.

169 Los dos puntos de la órbita de un Planeta, distantes 90° de sus nodos, se llaman *límites*.

170 Los límites son los dos puntos de la órbita mas distantes de la eclíptica. (*art.* 87).

171 Al nodo por el cual pasa un Planeta del hemisferio inferior al superior se le da el nombre de *nodo ascendente*, y su opuesto se denomina *nodo descendente*.

172 Al ángulo que el plano de cada órbita forma con la eclíptica se da el nombre de *inclinacion de la órbita*. Las inclinaciones de las órbitas estan sujetas á algunas pequeñas alteraciones, y las líneas de los nodos tienen un movimiento poco sensible.

173 En la figura se indican (al poco mas ó menos) las líneas de los nodos en el año de 1795.

V. g. *ln* indica la línea de los nodos de Marte, de suerte que la parte *nol* se debe imaginar elevada, y la *lmn* depresa, respecto del plano del papel (que es el de la eclíptica) formando con dicho plano el ángulo de 1.°...... 50′.

174 La inclinacion de la órbita de la Luna es de poco mas de 5.°; y la línea de sus nodos da una vuelta en 18 años.

175 Se da el nombre de *Zodiaco* á la zona ó faja de la esfera celeste en que estan comprendidas las órbitas de los siete Planetas principales.

176 El Zodiaco se suele suponer terminado por dos círculos paralelos á la eclíptica, distantes de ella 8 ó 9° por uno y otro lado; y se llaman *zodiacales* las Estrellas fijas que se hallan en dicha faja, de 16° á 18° de ancho.

177 La línea de los ápsides forma distinto ángulo con la de los nodos en cada Planeta. Su movimiento es tambien diferente, y poco sensible.

178 En las órbitas de los Planetas primarios el ápside inferior (que es el punto mas próximo al Sol) se llama *perihelio*; y el superior (que es el mas distante) se llama *afelio*.

179 En la órbita de la Luna se da el nombre de *perigeo* al ápside inferior (que es el punto mas inmediato á la Tierra), y se llama *apogeo* al ápside superior (que es el punto mas remoto).

180 Desde el primer punto de Aries, de occidente á oriente, se imagina dividida la eclíptica en doce arcos iguales, que se denominan *signos*, ó *signos del Zodiaco*.

181 Cada signo comprende un arco de eclíptica de 30°.

182 Sus números, nombres y figuras con que se representan, y los valores de los arcos de eclíptica contados desde el primer punto de Aries hasta el principio de cada uno de ellos, son como sigue.

Signos septentrionales, ó boreales.				*Signos meridionales, ó australes.*			
I	Aries	♈	0°, ó 360°.	VII	Libra	♎	180°.
II	Tauro	♉	30.	VIII	Escorpion	♏	210.
III	Géminis	♊	60.	IX	Sagitario	♐	240.
IV	Cáncer	♋	90.	X	Capricornio	♑	270.
V	Leo	♌	120.	XI	Acuario	♒	300.
VI	Virgo	♍	150.	XII	Piscis	♓	330.

183 Tambien se denominan *ascendentes* los signos de Capricornio, Acuario, Piscis, Aries, Tauro y Géminis; y *descendentes* los de Cáncer, Leo, Virgo, Libra, Escorpio y Sagitario; porque respecto á los habitantes de la Europa, parece que el Sol vaya ascendiendo desde que se ve en el primer punto de Capricornio hasta que se ve enel último de Géminis; y parece que vaya descendiendo desde que se ve en el primer punto de Cáncer hasta que se ve en el último de Sagitario.

184 La eclíptica, la equinoccial, y el primer punto de Aries, que resulta de la interseccion de dichos círculos (*art.* 158 *y* 159) son los términos de comparacion de que se hace uso para determinar las posiciones relativas de los Astros, vistos desde la Tierra. Para facilitar dichas determinaciones se imaginan en la esfera celeste los círculos siguientes.

185 El *coluro de los equinoccios* es un círculo máximo, que pasa por los polos del Mundo, y por los puntos equinocciales (*art.* 158).

186 El *coluro de los solsticios* es un círculo máximo, que pasa por los polos del Mundo y de la eclíptica.

187 *Corolarios.* El coluro de los solsticios tienen sus polos en los puntos equinocciales (*art.* 47 *núm.* 2.° *y* 3.°): mide la oblicuidad de la eclíptica (*art.* 50): es perpendicular á la eclíptica, ecuador y coluro de los equinoccios; y corta á la eclíptica en los primeros puntos de Cáncer y Capricornio (*art.* 182 *y* 70 *núm.* 1.°).

188 Los puntos de interseccion del coluro de los solsticios con la eclíptica se llaman *puntos solsticiales* de Cáncer y Capricornio.

189 *Corolario.* Los puntos solsticiales distan 23°..... 28′ del ecuador (*art.* 50 *y* 163); y son los dos puntos de la eclíptica mas distantes de dicho círculo (*art.* 87 *y* 88).

190 Los *trópicos* son dos círculos paralelos á la equinoccial, que pasan por los puntos solsticiales. El que está en el hemisferio boreal es el *trópico de Cáncer*,

y el que está en el hemisferio austral es *el de Capricornio.*

191 *Corolario.* Cada trópico dista 23°... 28′ de la equinoccial (*art.* 189); y entre los dos comprenden una zona de 46°.... 56′.

192 Los *círculos polares* son dos círculos paralelos á la equinoccial, que pasan por los polos de la eclíptica.

193 *Corolarios.* El eje del Mundo es eje de los trópicos y polares (*art.* 47 *núm.* 9.°); y dichos círculos menores son perpendiculares á los coluros (*art.* 47 *núm.* 4.°)

194 *Corolarios.* Los círculos polares distan 23°..... 28′ de su polo mas próximo, 66°...... 32′ del ecuador, y 43°...... 04′ del trópico.

195 Los círculos polares se distinguen con los nombres de sus hemisferios respectivos, *ártico* y *antártico.*

196 La zona comprendida entre los trópicos se llama *tórrida*; las comprendidas entre cada trópico y su polar correspondiente se llaman *templadas*; y los casquetes comprendidos entre cada círculo polar y su polo inmediato se llaman *zonas frias.*

De la comparacion de los Astros con la eclíptica.

197 Para comparar los Astros con la eclíptica se imagina que por sus polos y por los centros de los Astros pasan unos semicírculos, que llamaremos *máximos de longitud.*

198 Al semicírculo opuesto al máximo de longitud que pasa por el Astro lo llamaremos *máximo opuesto de longitud*; y á sus perpendiculares les daremos el nombre de *máximos perpendiculares de longitud.*

199 El primer máximo de longitud es el que pasa por el primer punto de Aries. Su opuesto pasa por el primer punto de Libra. Sus perpendiculares pasan por los primeros puntos de Cáncer y Capricornio, y forman el coluro de los solsticios.

200 Tambien se imaginan por los centros de los Astros unos círculos paralelos á la eclíptica, que llamaremos *paralelos de latitud.*

201 *Longitud* de un Astro es el arco de eclíptica contado desde el primer punto de Aries, de occidente á oriente, hasta su máximo de longitud.

202 *Latitud* de un Astro es su distancia á la eclíptica: esto es (*art.* 59), el arco de máximo de longitud comprendido entre la eclíptica y el centro del Astro. La latitud se denomina *boreal* ó *austral*, segun que el Astro se halla entre la eclíptica y su polo del norte ó del sur.

203 Cuando se dice que se conoce la latitud de un Astro, se entiende que se conoce la cantidad y su especie: esto es, que se sabe si es boreal ó austral.

204 *Corolario.* La longitud y latitud de un Astro determinan su posicion; puesto que la longitud manifiesta el semicírculo, y la latitud el punto de dicho semicírculo en que se halla el Astro.

205 *Corolario.* El ángulo que el máximo de longitud de un Astro forma con el primer máximo de longitud, es igual á la longitud del Astro, ó á su complemento á 360°.

206 *Corolario.* Los ángulos que el máximo de longitud de un Astro forma con el coluro de los solsticios, serán iguales á la diferencia entre la longitud del Astro y 90°, ó 270°.

207 Se dice que un Astro está en un punto de un signo cuando su máximo de longitud pasa por dicho punto.

208 La longitud se suele contar en signos, grados, minutos y segundos.

209 Conocida la longitud en signos y grados, es fácil reducirla á grados por lo dicho en la Aritmética (*Arit.* 179 *y* 183); y mas fácilmente por lo dicho en el artículo 182.

210 Tambien, conocido el punto de un signo á que corresponde un Astro, se determinará con suma facilidad su longitud.

211 *Ejemplo.* Supongamos que un Astro se halla en 8°..... 26′..... 40″ de Leo. Su longitud en signos será 4 *signos*..... 8°..... 26′..... 40″

Por el artículo 182, la longitud del primer punto de Leo es...	120°..... 00′..... 00″
Grados de Leo en que se halla el Astro..	8 ..... 26 40
Longitud del Astro en grados....................	128°..... 26′..... 40″

212 *Corolario.* Los Astros que estan en el mismo máximo de longitud tendrán la misma longitud.

213 *Corolario.* Las longitudes de los Astros que se hallan en dos máximos opuestos de longitud diferirán seis signos, que son 180°; y las de los Astros que se hallen en los maximos perpendiculares deferirán tres ó nueve signos, que son 90°, ó 270°.

214 *Corolario.* Todos los Astros que se hallen en el mismo paralelo de latitud tendrán una misma latitud.

215 *Corolario.* La distancia de un Astro al polo mas inmediato de la eclíptica es igual á un cuadrante menos la latitud, y su distancia al polo mas remoto es igual á un cuadrante mas la latitud.

216 Respecto á que el Sol y la Tierra se hallan siempre en el plano de la eclíptica (*art.* 135), las rectas tiradas por los centros del Sol y de la Tierra estarán en dicho plano (*Geom.* 360).

217 *Corolario.* El Sol se verá siempre en el punto de la eclíptica diametralmente opuesto á aquel que se veria la Tierra desde el Sol.

218 *Corolario.* El movimiento aparente del Sol en el semicírculo *LFA* (*fig.* 12) es enteramente igual al movimiento efectivo de la Tierra en el semicírculo opuesto *ADL*, observado desde el Sol.

219 *Corolario.* La latitud del Sol y la de todos los Astros que se hallen en el plano de la eclíptica es cero.

220 *Corolario.* Cuando un Planeta se halla en cualquiera de los dos nodos (*art.* 168), será cero su latitud.

221 Se dice que un Astro está en *conjuncion* cuando su máximo de longitud pasa por el centro del Sol: esto es, cuando su longitud es la misma del Sol.

221 *Corolario.* Cuando un Astro se halla en conjuncion, la distancia de su centro al centro del Sol será igual á la latitud del Astro (*art.* 202).

223 *Corolario.* Si un Planeta se halla en el nodo al tiempo de estar en conjuncion, su centro (visto desde el centro de la Tierra) coincidirá con el del Sol.

224 Se dice que un Astro está en *oposicion* cuando se halla en el máximo de longitud opuesto al del Sol: esto es, cuando su longitud difiere de la del Sol seis signos, que son 180°.

225 *Corolario.* Si un Planeta se halla en el nodo al tiempo de estar en oposicion, desde el centro del Sol se verá el centro de la Tierra confundido con el del Planeta.

226 Los Astrónomos suelen denominar *sizigios* á la conjuncion y oposicion.

227 Se dice que un Astro está en *cuadratura* cuando se halla en uno de los máximos de longitud perpendiculares al del Sol.

228 *Corolario.* Cuando un Astro se halla en cuadratura, su longitud diferirá de la del Sol tres ó nueve signos: esto es, 90° ó 270° (*),

229 La diferencia entre la longitud del Sol y la de un Planeta se denomina *elongacion.* Mercurio y Venus no pueden estar en cuadratura, y la máxima elongacion del último no llega á 48°.

230 El movimiento aparente de los Planetas observados desde la Tierra es el resultado de la combinacion de sus movimientos particulares con el movimiento de traslacion de la Tierra.

231 Por esta razon hay circunstancias en que parece que un Planeta ni aumenta ni disminuye de longitud, y entonces se dice que está *estacionario.* En otras circunstancias parece que el Planeta camine hácia atras disminuyendo de longitud, y entonces se dice que está *retrógrado.* Cuando el Planeta parece que se mueve en la direccion en que tiene su movimiento efectivo: esto es, aumentando de longitud, se dice que está *directo.*

232 Como las órbitas de Mercurio y Venus son interiores á la de la Tierra, dichos Planetas parece que caminen alternativamente hácia ladelante y hácia atras, prescindiendo de los efectos que resultan del movimiento de la Tierra.

233 Como en realidad todos los Planetas primarios describen elipses al rededor del Sol, sus movimientos observados desde el centro de dicho Astro aparecerian muy regulares. Para determinar los lugares de los Planetas observados desde el Sol, se imagina por el centro de dicho Astro un plano paralelo á la equinoccial.

234 A las longitudes y latitudes observadas desde el Sol se da la denominacion de *heliocéntricas*, y las observadas desde el centro de la Tierra se denominan *geocéntricas.* Las primeras sirven para calcular los lugares de los Planetas, y las segundas para la práctica de las observaciones.

235 Cuando se dice simplemente *longitud* ó *latitud*, se entiende que se trata de las observadas desde el centro de la Tierra.

236 En cuanto á las Estrellas fijas, sus longitudes y latitudes observadas desde el Sol no difieren 1″ de las observadas desde la Tierra, porque la órbita terrestre es como un punto respecto de la gran distancia á que se hallan colocados dichos Astros.

(*) Cuando se dice simplemente conjuncion, oposicion ó cuadratura, se entiende que se habla con respecto al Sol, segun se deduce de lo espuesto desde el artículo 221 al 229 (páginas 32 y 33); pero tambien se dice que un Planeta está en conjuncion, oposicion ó cuadratura respecto de otro Planeta, segun que sus longitudes difieren 0°, 180° 90° ó 270°.

237 Las Estrellas fijas aumentan sensiblemente de longitud por la precesion de los equinoccios (*art.* 161).

Por un efecto de este movimiento aparente de las Estrellas fijas, la constelacion de Aries (*art.* 142), que primitivamente coincidia con el signo de Aries (*art.* 180 *y* 183), en el dia se halla en el signo de Tauro. Y por la misma razon todas las constelaciones del Zodiaco se hallan adelantadas respecto de los signos de la eclíptica designados con los mismos nombres.

238 Las demas variaciones de longitud y latitud de las Estrellas fijas, dimanadas de un movimiento efectivo, ó de un movimiento aparente (*art.* 115, 116 *y* 163), se desprecian en la práctica ordinaria de la Navegacion.

239 La mayor de estas variaciones de posicion es la que resulta de un movimiento aparente llamado *aberracion*, que en algunas Estrellas es de 20″ en mas y en menos, se restablece cada año, y dimana del movimiento de traslacion de la Tierra combinado con el de la luz que viene de dichos Astros.

De la comparacion de los Astros con la equinoccial.

240 Para comparar los Astros con la equinoccial se imagina que por sus centros y por los polos del Mundo pasan unos semicírculos, que llamaremos *máximos de ascension.*

241 El primer máximo de ascension es el que pasa por el primer punto de Aries.

242 Entre dicho semicírculo y su opuesto forman el coluro de los equinoccios; y sus perpendiculares forman el coluro de los solsticios.

243 Tambien se imaginan por los centros de los Astros unos círculos paralelos á la equinoccial que llamaremos *paralelos de declinacion.*

244 *Ascension recta* de un Astro es el arco de equinoccial contado desde el primer punto de Aries, de occidente á oriente, hasta su máximo de ascension.

245 *Declinacion* de un Astro es su distancia á la equinoccial: esto es (*art.* 59), el arco de máximo de ascension comprendido entre la equinoccial y el centro del Astro. La declinacion se denomina *septentrional* ó *meridional* segun que el Astro se halla entre el ecuador y su polo del norte ó del sur.

246 Cuando se dice que se conoce la declinacion de un Astro se entiende que se conoce su cantidad y su especie.

247 La ascension y declinacion de un Astro determinan su posicion, puesto que la ascension manifiesta el semícirculo, y la declinacion el punto de dicho semicírculo en que se halla el Astro.

248 *Corolario.* El ángulo que el máximo de ascension de un Astro forma con el primer máximo de ascension, es igual á la ascension recta del Astro, ó á su complemento á 360°.

249 *Corolario.* Los ángulos que el máximo de ascension de un Astro forma con el coluro de los solsticios, son iguales á la diferencia entre la ascension recta del Astro y 90°, ó 270°.

250 Para contar la ascension recta se suele imaginar dividida la equinoccial en 24 partes iguales, llamadas *horas*, que se subdividen en minutos, segundos y décimos.

251 Como 360° partidos por 24 dan por cuociente 15°, á cada hora, ó 60′ de tiempo, corresponderán 15° de ecuador. A cada 1′, ó 60″ de tiempo, corresponderán 15′ de ecuador &c.

252 Como 60 es igual al producto de 15 por 4, de esta observacion resulta que los grados, minutos y segundos de ecuador se pueden reducir á minutos, segundos y terceros de tiempo multiplicándolos por 4, y rebajando cada producto á su especie inferior inmediata. Esto es, suponiendo que el producto de los grados da minutos de tiempo &c.

Sean por ejemplo................................ 43°.... 28′.... 57″ de ecuador.
Multiplicándolos por.. 4, y rebajando

los productos á las especies inferiores inmediatas, resultarán........ } 2^h..... 53′..... 55″..... 48‴ = 2^h.... 53′.... 55″8.

253 Para reducir el tiempo á grados y minutos de ecuador se procederá por un método inverso, reduciendo ante todas cosas el todo á minutos, segundos y décimos de tiempo, sacando la cuarta parte (*Arit.* 206 *á* 209), y elevando los resultados á las especies superiores inmediatas.

Si son por ejemplo... 2h .... 53′...... 55″8, se dirá minutos de las horas...................................... 120

En tiempo.............................. 173′...... 55″8
La 1.ª mitad............................ 86 ...... 57″9
La 2.ª mitad, que es el ¼....... 43°...... 28′95=43°...... 28′..... 57″

254 *Corolario.* Los Astros que se hallan en el mismo máximo de ascension, tendrán la misma ascension recta.

255 *Corolarios.* Las ascensiones rectas de los Astros que se hallan en dos máximos opuestos de ascension diferirán 12 horas, que son 180°; y las ascensiones de los Astros, que se hallan en los máximos perpendiculares, diferirán seis horas ó 18 horas, que son 90° ó 270°.

256 *Corolario.* Todos los Astros que se hallan en el mismo paralelo de declinacion tendrán la misma declinacion.

257 *Corolario.* La distancia de un Astro al polo mas inmediato del Mundo es igual á un cuadrante menos la declinacion; y su distancia al polo mas remoto es igual á un cuadrante mas la declinacion.

258 *Corolario.* De lo dicho (*art.* 158 *y* 159) resulta que cuando el Sol se vea en los primeros puntos de Aries y Libra, será cero su declinacion; y cuando se vea en los primeros puntos de Cáncer y Capricornio, sus declinaciones serán las máximas (*art.* 189), que son iguales á la oblicuidad de la eclíptica 23°....... 28′, septentrional en el primer caso, y meridional en el segundo.

Resúmen.

259 Si en la figura 13 se supone que el círculo terminador *enqse* es el coluro de los solsticios, *n* y *s* los polos norte y surd del Mundo; y *b* y *p* los correspondientes de la eclíptica; *nas* considerado como línea recta será el

eje del Mundo, y considerado como círculo será el coluro de los equinoccios. El círculo *eaq* será la equinoccial; *cah* la eclíptica; los paralelos de latitud *Kt*, *zx* determinarán el Zodiaco; *a*, considerado como elevado sobre la figura, será el primer punto de Aries; y el punto opuesto, que se imagina en la parte posterior del papel, será el primer punto de Libra. Los puntos *h* y *c* serán los primeros de Cáncer y Capricornio; *mh* será el trópico de Cáncer; *cg* el trópico de Capricornio; *bd* el círculo polar ártico, y *fp* el antártico.

260 El espacio comprendido entre los trópicos *cg*, *mh* es la zona tórrida; el comprendido entre *mh* y *bd* la zona templada septentrional; el comprendido entre *cg* y *fp* la zona templada meridional. El casquete *bnd* es la zona fria septentrional; y el *fsp* la meridional.

261 La línea *bap*, considerada como semicírculo, es el primer máximo de longitud; y la *nas*, considerada tambien como semicírculo, es el primer máximo de ascension.

262 Los semicírculos *bhp*, *bcp* serán los dos máximos de longitud perpendicular al primero: esto es, los correspondientes á 90° y á 270° de longitud. Y los semicírculos *nqs*, *nes* serán los dos máximos de ascension perpendiculares al primero: esto es, los correspondientes á 90° ó 6 horas, y á 270° ó 18 horas de ascension recta.

263 La figura 14 representa la esfera celeste vista por el otro lado, de suerte que el punto *l*, elevado sobre el papel, es el primer punto de Libra. La línea *blp*, considerada como semicírculo, es el máximo de 180° de longitud: esto es, el máximo de longitud opuesto al primero. La línea *nls*, considerada como semicírculo, es el máximo de ascension opuesto al primero: esto es, el máximo de 180°, ó 12 horas de ascension. Los demas puntos se han designado con las mismas letras que sus correspondientes de la figura 13.

264 La figura 13 sirve para representar los Astros cuyas longitud ó ascension estan comprendidas entre 0° y 90°, ó entre 270° y 360°; y la 14 para los Astros cuyas longitud ó ascension estan comprendidas entre 90° y 270°.

265 Cuando el Sol se halle en *o* (*fig.* 13), *ao* será su longitud, *ar* su ascension, y *ro* su declinacion. Cuando se halla en *u*, su longitud será 270° mas *cu*; y *ua* será igual á 360° menos la longitud. La ascen-

sion recta será 270° mas *ei*, *ia* será igual á 360° menos la ascension en ecuador; ó lo que es lo mismo, *ia* será igual á 24 horas menos la ascension recta en tiempo.

266 En la figura 14, si el Sol está en *o*, su longitud será 90° mas *ho*, y *ol* será el suplemento de la longitud. La ascension recta será 90° mas *qr*, y *rl* será su suplemento á 180°, ó á 12 horas. Si el Sol está en *u*, su longitud será 180° mas *lu*, y su ascension será 180°, ó 12 horas mas *li*.

267 Los triángulos esféricos (*fig.* 13 y 14) *aor*, *aui*, *lor*, *lui* son rectángulos, y tienen el ángulo en *a* ó *l* igual á la oblicuidad de la eclíptica 23°......28′. Por medio de dichos triángulos se puede resolver el siguiente problema. Conocida una de estas tres cosas, la longitud, la ascension, ó la declinacion del Sol, hallar las otras dos.

268 En la figura 15 se supone que el círculo terminador *enqse* es el coluro de los solsticios, *eaq* la equinoccial, *cah* la eclíptica, *n* y *s* los polos norte y sur del Mundo; *b* y *p* sus correspondientes de la eclíptica, y *a* (elevado sobre el papel) será el primer punto de Aries.

269 Si se supone un Astro en *o*, *bop* será su máximo de longitud, *zot* su paralelo de latitud, *au* su longitud, y *uo* su latitud austral. El semicírculo *nos* será su máximo de ascension, *lom* su paralelo de declinacion, *ar* su ascension recta, y *ro* su declinacion septentrional.

270 En el triángulo esférico *obn*, el lado *bn* es igual á la oblicuidad de la eclíptica (*art.* 162), que es de 23°...... 28′. El lado *ob* es la distancia del Astro al polo de la eclíptica, que depende de su latitud (*art.* 215). El ángulo *obn* (medido por el arco *uh*) depende de la longitud (*art.* 206). El lado *on* depende de la declinacion (*art.* 257). El ángulo *onb* (medido por el arco *er*) depende de la ascension (*art.* 249) y el ángulo *o* (formado por los máximos de longitud y ascension del Astro) es lo que los Astrónomos llaman *el ángulo de posicion*. Por medio de dicho triángulo se puede resolver el siguiente problema general.

271 Conociendo dos de estas cuatro cosas, la longitud, latitud, ascension y declinacion de un Astro, hallar las otras dos.

272 Si el astro está en *x* (*fig.* 15), su longitud será 270° mas *ci*; su latitud boreal *ix*; su ascension recta 270°, ó 18 horas mas *eκ*; su declinacion boreal *κx*; y el triángulo que sirve para resolver el problema (*art.* 271) será *xbn*.

273 Esto y lo dicho (*art.* 264) basta para acomodar la figura á todos los casos posibles.

274 En los almanaques náuticos se ponen las longitudes, ascensiones y declinaciones del Sol para todos los medios dias aparentes del meridiano para que está construido el almanaque; y se hallan las correspondientes á cualquiera hora de dicho meridiano, por el método explicado en la Aritmética (*Arit.* 333 á 345).

275 En los mismos almanaques se suelen expresar las latitudes, longitudes y declinaciones de Venus, Marte, Júpiter y Saturno para cada seis dias; pero como las diferencias de declinacion de los Planetas en dichos intervalos suelen ser muy desiguales, no se puede hallar con exactitud las correspondientes á cualquiera dia y hora por una simple proporcion (*Arit.* 330).

276 Lo mismo se verifica con los términos correspondientes de la Luna, aunque los almanaques los traen para cada medio dia y media noche.

277 En cuanto á las Estrellas fijas hay tablas que expresan sus ascensiones y declinaciones medias, correspondientes al primer dia de un año y las variaciones correspondientes á un año, ó doce meses (que son pequeñas); y basta esto para hallar las ascensiones y declinaciones de dichos Astros para cualquier mes del año.

278 Las declinaciones medias de las estrellas fijas pueden diferir cerca de medio minuto de las verdaderas, por la aberracion y nutacion (*art.* 163 *y* 239).

CAPITULO V.

DE LA TIERRA.

279 Por un efecto del movimiento giratorio combinado con la gravedad (*art.* 134 *núm.* 3.°) la Tierra es una elipsóide achatada; y las líneas verticales (*Geom.* 643) no se dirigen á su centro.

280 El radio del ecuador excede al semieje en $\frac{1}{334}$; y atendiendo á la pequeñez de dicha diferencia, en la práctica ordinaria de la Navegacion se puede suponer que la Tierra es esférica; y que las líneas verticales, correspondientes á todos los puntos de su superficie, se dirigen hácia su centro.

281 Para comparar entre sí las posiciones de los lugares de la Tierra, se imagina que por cada lugar y por los polos pasan unos semicírculos máximos, llamados *meridianos.*

282 Como la Tierra gira, todos los puntos de su

ecuador van atravesando sucesivamente al plano de la eclíptica; y esta es la razon por que en la esfera terrestre no hay puntos de Aries y Libra &c.

283 De esto resulta, que la posicion del primer meridiano es arbitraria. Los antiguos suponian que el primer meridiano pasaba por las Islas Canarias; y entre los modernos hay algunos que conformándose con este uso, toman por primer meridiano el que pasa por la extremidad occidental de la Isla del Hierro; y otros establecen por primer meridiano el que pasa por el elevado pico de Teide en la Isla de Tenerife. Pero en el dia la práctica mas general es tomar por primer meridiano el que pasa por algun célebre observatorio, como el de Paris, Greenwich &c., y en las excelentes cartas españolas, publicadas últimamente en la Direccion de trabajos hidrográficos, se toma por primer meridiano el que pasa por el Real Observatorio que hubo en Cádiz.

284 *Longitud terrestre* ó longitud de un punto de la Tierra es el arco de equinoccial contado desde el primer meridiano hácia oriente, hasta el meridiano del punto de que se trata.

285 Los modernos suelen contar las longitudes desde el primer meridiano hácia uno y otro lado hasta 180°; pero en tal caso, se le debe dar á la longitud la denominacion de *occidental*, siempre que se haya contado desde el primer meridiano hácia occidente. Cuando no se advierte otra cosa, se entiende que la longitud de que se trata es *oriental*.

286 Tambien se imagina que por los lugares de la Tierra pasan unos círculos paralelos al ecuador, y los designaremos con el nombre de *paralelos de latitud terrestre*, ó con la simple denominacion de *paralelos*, segun la costumbre general de los Navegantes.

287 *Latitud terrestre*, en rigor, es el ángulo que la vertical de un lugar forma con el plano de la equinoccial. Suponiendo la Tierra esférica, se podrá decir que la latitud terrestre es la distancia de un lugar al ecuador;

y se deberá contar en la circunferencia de un meridiano circular.

288 La latitud se denomina *septentrional* ó *meridional*, segun el hemisferio en que se halla el lugar de que se trata; y mas comunmente se usa de las denominaciones *latitud norte* y *latitud sur*.

289 La longitud y latitud de un lugar determinan su posicion; puesto que la longitud manifiesta el semicírculo, y la latitud el punto de dicho semicírculo en que se halla el lugar.

290 El ángulo que el meridiano de un lugar forma con el primer meridiano, es igual á la longitud de lugar, ó á su complemento á 360°.

291 Para contar las longitudes se suele imaginar dividido el ecuador en 24 horas, como se dijo tratando de la ascension recta de los Astros (*art.* 250); y las reglas para reducir la longitud terrestre expresada en ecuador á la expresada en tiempo, y esta á aquella, son las mismas que se dieron para ejecutar semejantes reducciones con la ascension (*art.* 252 *y* 253).

292 *Corolario.* Los lugares que se hallan en un mismo meridiano tienen la misma longitud.

293 *Corolario.* Los lugares que se hallan en un mismo paralelo tienen la misma latitud.

294 *Corolario.* La distancia de un lugar al polo mas inmediato es igual á un cuadrante menos la latitud; y su distancia al polo mas remoto es igual á un cuadrante mas la latitud.

295 Por *diferencia de longitud* se suele entender el arco menor de equinoccial comprendido entre los meridianos de los dos lugares; ó lo que es lo mismo, el ángulo que forman en los polos dichos meridianos.

Hay casos en que se toma como diferencia de longitud el arco mayor de equinoccial comprendido entre los meridianos de los dos lugares: esto es el complemento á 360° ó á 24 horas de diferencia de la longitud contada segun el método mas general.

296 Para no equivocarse en la resolucion de los

problemas que se pueden proponer sobre longitudes, conviene guiarse por una figura, y no recurrir á reglas que se olvidan ó se equivocan unas con otras con facilidad.

Para esto el círculo terminador (*fig.* 16) *OMEDO* representará la equinoccial y las rectas tiradas del centro á la circunferencia representarán los cuadrantes de los meridianos. El primer meridiano se puede designar con una *M* sobre el ecuador, y una *n* ó *s* en el centro, segun se quiera que sea el polo del norte ó el del sur el que se considera elevado sobre el plano de proyeccion. Con esto quedan ya determinadas las direcciones este y oeste (*art* 164); y conviene señalar con una *E* y una *O* los dos puntos del ecuador distantes 90° de *M* para no equivocarlas.

297 Los ejemplos siguientes manifiestan el modo de servirse de la figura.

1.° La longitud de Pondicheri, respecto al meridiano de Paris, es 77°......... 31'......... 30''. La de Manila, respecto al mismo meridiano es 118°........ 54'........ 08''; y la de Lima es 280°........ 50'........ 30''. Es evidente que representando *nM* el meridiano de Paris, se deberá tomar el arco *Mq* de 77°........ 31'....... 30'' hácia oriente, y *nq* será el meridiano de Pondicheri. Tomando $MEx = 118°$....... 54'........08'', será *nx* el meridiano de Manila; y tomando *MEDOK* de 280°........ 50'........ 30'', será *nκ* el meridiano de Lima. Será pues $qx = MEx - Mq = 41°$. ......22'. ......38'' la diferencia de longitud entre Pondicheri y Manila.

2.° $qEDO\kappa = MqEDO\kappa - Mq = 203°$........ 19' será el arco mayor de equinoccial comprendido entre los meridianos de Pondicheri y Lima; y su complemento á $360° = \kappa Mq = 156°$... .... 41' será la diferencia de longitud entre dichos lugares.

3.° Si se dice que la longitud de Pondicheri es 77°........ 31'........ 30'' oriental, y la de Lima 79°........ 09'........ 30'' occidental, tomando el arco *Mbκ* de 79°........ 09'........ 30'' hácia occidente, será *nκ* el meridiano de Lima como antes; y $\kappa Mq = M\kappa + Mq = 156°$....... 41' será la diferencia de longitud.

298 Tambien conviene adiestrarse en reducir á un primer meridiano (cualquiera que sea) las longitudes contadas desde otro, cuya diferencia con el primero sea conocida. Para esto es lo mejor recurrir á la figura que se explicó (*art.* 296).

V. g. la longitud de Cádiz, respecto del primer meridiano de Paris, es 8°....... 36′..... 15″ occidental, segun el Conocimiento de Tiempos de Paris en 1791.. La longitud de Cartagena, respecto del primer meridiano de Cádiz, es 5°..... 16′ oriental, segun el Derrotero del Mediterráneo de Don Vicente Tofiño. Supongamos que con estos datos se pide hallar la longitud de Cartagena, respecto al meridiano de Paris.

Si *nM* (*fig.* 16) representa el meridiano de Paris, tomando hácia el oeste el arco $MK = 8°$...... 36′...... 15″, será *nK* el meridiano de Cádiz; y tomando desde *K* el arco $Kb = 5°$...... 16′ hácia el este, representará *nb* el meridiano de Cartagena; y $Mb = MK - Kb = 3°$...... 20′...... 15″ será la longitud de Cartagena, respecto al meridiano de Paris; occidental, porque el arco *Mb* se cuenta de *M* hácia occidente. Su diferencia á 360°, que es 356°...... 39′...... 45″, será el arco *MEDOb* contado hácia oriente: esto es, la longitud de Cartagena contada segun el método antiguo.

299 Al arco de meridiano comprendido entre los paralelos de dos lugares se da el nombre de *diferencia de latitud*.

300 En la figura 17 está representada la Tierra, con sus meridianos y paralelos. Los puntos *n* y *s* son los polos norte y sur, y *euq* es la equinoccial.

301 La inspeccion de dicha figura manifiesta, que cuando las latitudes de los lugares son de distinta especie, la diferencia de latitud es igual á la suma de las dos latitudes; y cuando son las dos latitudes de una misma especie, la diferencia de latitud es igual á la diferencia entre las latitudes de los dos lugares.

302 Los habitantes de dos puntos diametralmente opuestos de la Tierra se llaman *antípodas*.

Las latitudes de los antípodas son igüales, pero de especies opuestas; y su diferencia de longitud es de 180° ó 12 horas.

Los habitantes de los puntos *c* y *h* (*fig.* 17) son antípodas.

303 De la figura elíptica de los meridianos terrestres resulta, que las extensiones absolutas de los grados de latitud, medidos sobre la superficie de la Tierra, van aumentando desde la equinoccial hasta el polo; pero en la práctica ordinaria de la navegacion se supone que los grados son iguales, y que su extension es de 57000 toesas de Paris, que corresponden á 133000 varas de Búrgos. Dicha extension difiere poco de la extension del gra-

do medio; esto es, del grado correspondiente á los 45° de latitud, y del grado de ecuador.

304 El grado medio se supone dividido en 20 leguas marinas; y la legua marina se subdivide en tres millas, que son minutos de dicho grado medio.

305 De esto resulta que la legua marina contendrá 6650 varas, y la milla constará de 2217 varas (*Arit* 59 *á* 62).

306 El radio medio de la Tierra tendrá la extension de 1146 leguas marinas, que son 3438 millas (*Geom.* 308).

307 Conviene advertir que el radio correspondiente al arco de meridiano que atraviesa á la equinoccial es menor que el radio de la equinoccial, y el radio del arco de meridiano inmediato al polo es mayor que el radio de dicho círculo; y por consiguiente, mucho mayor que el semieje de la Tierra. En una palabra, los radios de los arcos de meridiano van aumentando desde la equinoccial al polo; pero los semiejes de la elipsoide, esto es, las distancias del centro de la Tierra á la superficie van disminuyendo.

308 Sobre la superficie de la Tierra se imagina unos círculos menores llamados *trópicos* y *polares*, correspondientes á los de la esfera celeste designados con los mismos nombres, y dichos círculos dividen nuestro globo en cinco fajas ó zonas, designadas con los mismos nombres que las de la esfera celeste á que corresponden (*arit.* 196 *y* 260) (*).

En la figura 17 estan designados dichos círculos con las mismas letras que sus correspondientes de la esfera celeste en las figuras 13 y 14.

309 En términos náuticos la circunferencia del ecuador se suele denominar *la línea*, ó la *línea equinoccial*. Es evidente que dicha circunferencia divide á la zona tórrida por mitad.

310 La superficie terrestre se puede representar con precision sobre un globo; y es imposible el ejecutar otro tanto sobre un plano.

311 En los mapas ó cartas geográficas se representa

(*) Algunos Geógrafos subdividen cada hemisferio terrestre en 30 zonas ó fajas menores de distintas anchuras, llamadas *climas*; pero en el dia no se hace uso de dicha division; y la palabra *clima* se suele emplear como sinónima de *temperamento*.

sobre un plano la superficie de la Tierra, tal cual apareceria viéndola desde un punto determinado. El mapa que representa el todo de la superficie del globo terrestre, dividido en dos hemisferios, se llama *Mapa mundi.* En algunos mapas de mediana extension se representa la superficie de la Tierra como si fuera una porcion de cono truncado desenvuelta; y en los de extension muy corta, llamados *topográficos*, se suele representar la superficie terrestre como si fuera una porcion de superficie cilíndrica desenvuelta sobre un plano.

312 En las *cartas marinas*, que tambien se llaman *cartas hidrográficas*, ó *de marear*, se representa la superficie del globo del modo mas conveniente para facilitar la solucion de los problemas náuticos, segun se explicará en el Tratado del Pilotage.

313 A la parte mas elevada de la superficie del globo, ocupada por las materias sólidas, damos el nombre de *Tierra* para distinguirla de las partes mas bajas cubiertas por una cantidad considerable de agua, que llamamos *Mar.*

314 Se cree con fundamento que la mayor profundidad de la Mar no excede en mucho á la altura de los montes mas elevados.

315 Dicha altura apenas pasa de 34 cables, que viene á ser 0,001 del radio de la equinoccial terrestre.

316 A una porcion sumamente grande de la superficie de la Tierra, cuya union no está interrumpida por la mar, se suele dar el nombre de *Tierra firme*, o *continente.* La tierra firme se divide en cuatro partes principales, que se llaman *las cuatro partes del Mundo.* A las tres primeras, que estan unidas y se conocen desde un tiempo inmemorial se suele dar el nombre de *antiguo continente*; y son, la *Europa*, *Asia* y *Africa.* La otra, descubierta por Cristóbal Colon á fines del siglo XV, se llama *América*, *Indias occidentales*, ó *nuevo continente.*

317 Un fluido muy compresible, trasparente y dilatado, que llamamos aire, rodea nuestro globo, y se eleva á una altura considerable. En el aire se mantienen

los vapores y otros cuerpos de poquísimo peso respecto del espacio que ocupan, del mismo modo que las maderas y otros cuerpos ligeros se sostienen en el agua. Al conjunto del aire y de los cuerpos que estan suspendidos en él damos el nombre de *atmósfera.*

318 Como el aire es compresible y pesado, las capas inmediatas á la superficie de la Tierra serán mas densas, y las superiores estarán mas dilatadas. Tambien se dilata el aire con el calor, y se condensa con el frio.

De los términos de comparacion que se imaginan en la esfera celeste, movibles con el observador.

319 Las posiciones aparentes de unos Astros respecto de otros, y respecto de los planos de la eclíptica y equinoccial, solo varían por el movimiento de dichos Astros, y por el de traslacion de la Tierra. El movimiento giratorio de nuestro globo no influye en dichas posiciones, que son las mismas respecto de todos los habitantes.

320 La rotacion de la Tierra sobre su eje ocasiona unas variaciones mucho mas prontas y notables en las posiciones de todos los cuerpos celestes, comparados con los objetos terrestres que rodean al observador. Un Astro aparece en el lado de oriente, asciende á la mayor altura, desciende con rapidez, se oculta por el lado de occidente, y vuelve á aparecer en el opuesto en el corto intervalo de 24 horas.

321 Para la determinacion de dichas posiciones y movimientos aparentes de los Astros es preciso establecer algunos términos de comparacion, fijos con respecto al observador, y por consiguiente movibles con él al rededor del centro de la Tierra.

322 El principal de ellos es la direccion de la gravedad, que se denomina *línea de aplomo*, ó *línea vertical,* (*art.* 134 *núm.* 3.º *y Geom.* 643).

323 Se imagina que la línea vertical atraviesa al glo-

bo de la Tierra, y se termina en la esfera celeste por uno y otro lado.

324 La extremidad de la vertical que corresponde á la cabeza del observador se llama *zenit*; y su opuesta, que cae hácia los pies, se denomina *nadir*.

325 *Horizonte racional* es un círculo máximo cuyos polos son el zenit y nadir, esto es, un círculo máximo cuyo eje es la línea vertical.

326 *Corolario.* El horizonte racional pasa por el centro de la Tierra, y divide á las esferas terrestre y celeste en dos mitades.

327. Respecto del horizonte se denomina *superior* el hemisferio celeste en que se halla el zenit, y su opuesto se denomina *hemisferio inferior*.

328 *Meridiano celeste* de un lugar es un círculo máximo que pasa por los polos del Mundo y del horizonte.

329 De las dos intersecciones de la circunferencia del meridiano con el horizonte la mas inmediata al polo del norte se llama simplemente *norte*, su opuesta *sur*; y la recta tirada de una á otra se denomina *la línea norte sur*.

330 De las dos intersecciones de la circunferencia de la equinoccial con el horizonte la que está al lado del este ú oriente (*art.* 164) respecto del zenit se llama simplemente *este*, ó *punto del verdadero levante*. Su opuesta, que está al lado del oeste ú occidente respecto del zenit, se llama *oeste*, ó *punto del verdadero poniente*; y la recta tirada de una á otra se denomina *la línea este oeste*.

331 Los puntos *norte*, *sur*, *este* y *oeste* se llaman los *cuatro puntos cardinales*.

332 El meridiano divide á la esfera en dos hemisferios, que se denominan *oriental* el que está al lado del este, y *occidental* el que cae al lado del oeste. Los Astros se empiezan á descubrir en el hemisferio oriental, y desaparecen en el occidental.

333 *Vertical primario* es un círculo máximo que pasa por los polos del horizonte, y por los puntos este y oeste.

334 *Corolarios.* El meridiano es perpendicular al ecuador, horizonte y vertical primario; y sus polos son los puntos este y oeste (*art.* 47, *núm.* 2.° *y* 3.°)

335. *Corolario.* El vertical primario tiene sus polos en los puntos norte y sur (*art.* 47, *núm.* 7.°)

336 *Corolarios.* La línea norte sur es el eje del vertical primario; y la este oeste es eje del meridiano.

337 *Corolarios.* Las líneas norte sur y este oeste son perpendiculares (*Geom.* 396); y dividen al horizonte en cuatro cuadrantes.

338. Se llama *primer cuadrante* el comprendido entre el norte y este. *Segundo* el comprendido entre el sur y este. *Tercero* el comprendido entre el sur y oeste; y *cuarto* el comprendido entre el norte y oeste.

339 Si se imagina el observador cara al horizonte, con la cabeza hácia el norte, el primer cuadrante es el de su derecha y siguen los demas por su orden, hasta el cuarto, que cae á la izquierda del observador.

340 Por el zenit y nadir del observador, y por los centros de los Astros, se imaginan unos semicírculos máximos llamados *verticales* (*).

341. Tambien se imaginan unos círculos paralelos al horizonte, que se denominan *almicantaraes*.

342 *Azimut* de un Astro es el arco de horizonte, menor que el semicírculo, contado desde uno de los puntos norte ó sur, hasta su vertical.

343 Para designar el azímut se suele expresar primero el punto desde que se cuenta, despues el valor del arco en grados y minutos, y últimamente el punto este ú oeste, que determina la direccion en que se cuenta.

344 Es una práctica adoptada generalmente por los Marinos el escribir en abreviatura los nombres de los puntos cardinales, empleando

(*) Hay mucha diferencia entre *la vertical* y *el vertical*. La vertical es una recta, y el vertical es un círculo.

para esto las iniciales mayúsculas correspondientes á cada uno de ellos.

345 Si la fig. 18 representa el plano del horizonte con los cuatro puntos cardinales designados con sus iniciales correspondientes, *azimut N* 70° *E* (que se expresa diciendo *azimut norte* 70 *este*), querrá decir que el azimut es el arco *nu* y por lo tanto, *cu* será el vertical del Astro, ó punto de que se trata. El azimut del mismo punto, contado desde el sur, será $seu = 180° - nu = 110°$, esto es, *S* 110 *E*.

346 Por lo regular se toma por término de comparacion el punto cardinal mas inmediato; y en tal caso, el azimut no puede pasar de 90°.

347 Cuando el Astro de que se trata se halla en el horizonte, ó en sus inmediaciones, se llama *amplitud* al arco de horizonte, comprendido entre el punto cardinal *E* ú *O* mas inmediato, y el vertical del Astro.

348 Por esta razon, la amplitud no pasa de 90°; se denomina *ortiva* cuando el Astro se halla en el hemisferio oriental, y *occídua* cuando se halla en el occidental; y tambien se llama *amplitud verdadera* cuando el Astro está realmente en el horizonte racional.

349 Se expresa la amplitud escribiendo en abreviatura el punto cardinal desde que se cuenta, despues el valor del arco, y últimamente el punto cardinal *N* ó *S*, que indica la direccion.

350 V. g. amplitud *E* 20° *N* quiere decir que la amplitud del Astro es el arco *eu* (*fig.* 18).

El azimut, contado desde el norte, será $nu = ne - eu = 90° - 20° = N$ 70° *E*; y contado desde el sur, será $se + eu = S$ 110° *E*.

351 Convine adiestrarse en reducir las amplitudes á azimutes, y estos á aquellas; y en reducir los azimutes, contados desde un punto cardinal á los contados desde el opuesto. La inspeccion de una figura como la 18 manifestará la operacion de Aritmética á que se debe recurrir para la solucion de todos los problemas de esta clase, segun se ha indicado (*art.* 345 *y* 350).

352 El ángulo que forma con el horizonte racional la recta tirada del centro de la Tierra al del Astro se llama *altura verdadera*.

353 Cuando el Astro se halla en el hemisferio inferior respecto del horizonte su altura es negativa; y se denomina *depresion*.

354 *Corolario.* La altura verdadera de un Astro es igual á su distancia al horizonte racional, contada sobre un arco de círculo vertical (*art.* 59).

355 *Corolario.* Siempre que esten determinados, el azimut ó la amplitud de un Astro, y la altura verdadera, estará determinada su posicion; puesto que el azimut ó amplitud determinan el vertical, y la altura determina el punto de dicho vertical, en que se halla el Astro.

356 *Corolarios.* Todos los Astros que se hallan en el mismo vertical tienen el mismo azimut y la misma amplitud; y todos los que se hallan en el mismo almicantarat tienen la misma altura.

357 *Corolario.* El azimut es igual al ángulo que forma el vertical del Astro con el meridiano; y la amplitud es igual al ángulo qne forma el vertical del Astro con el primario.

358 *Corolarios.* Los Astros que se hallan en el meridiano tienen 0° de azimut y 90° de amplitud; y los que se hallan en el vertical primario tienen 0° de amplitud y 90° de azimut.

359 *Corolario.* La distancia de un punto al zenit es igual á 90° menos la altura, ó á 90° mas la depresion.

360 *Corolario.* La distancia del Astro al zenit (ó complemento de altura) será el ángulo que la recta tirada del centro de la Tierra al del Astro forma con la vertical del observador (*Geom.* 395 *núm.* 2.°).

361 Los Marinos suelen llamar *observacion* á la distancia del Astro al zenit cuando dicho Astro se halla en el meridiano, y le aplican las denominaciones de *norte* ó *sur*, segun el lado hácia que se halla respecto del zenit.

362 En el método indicado de determinar las posiciones de los Astros respecto de un observador (*art.* 342 *á* 356.) los términos de comparacion son los planos del horizonte, meridiano y vertical primario; ó lo que es lo mismo, el zenit y los dos últimos círculos.

363 Tambien se suelen tomar por términos de comparacion la equinoccial y el meridiano; ó lo que es lo mismo, el meridiano y el polo del Mundo correspondiente al hemisferio en que se halla el observador.

364 Para esto se imagina que por los polos del Mundo y por los centros de los Astros pasan unos semicírculos máximos, que giran con el observador, y se denominan *horarios* para distinguirlos de los máximos de ascension, que se suponen fijos.

365 *Corolario.* Por el movimiento giratorio de la Tierra el máximo de ascension de un Astro se irá confundiendo sucesivamente con todos los horarios del observador.

366 Tambien se imagina que el ecuador y paralelos de declinacion giran con el observador sobre el eje de la Tierra; y dichos círculos se suelen considerar divididos en 24 horas, como se dijo tratando de la ascension recta (*art.* 250.)

367 *Horario de un Astro* es el arco de equinoccial contado desde el meridiano del observador hácia occidente, hasta el semicírculo horario que pasa por su centro; ó lo que es lo mismo, hasta su máximo de ascension (*art.* 365.)

368 Tambien se suelen contar los horarios desde el meridiano del observador hácia uno y otro lado (hasta 12 horas); y en tal caso, el horario se denomina *oriental* ú *occidental*, segun el lado en qne se halla el Astro respecto del meridiano.

369 Determinado el horario de un Astro, y la declinacion, está determinada su posicion respecto del observador; puesto que el horario determina el semicírculo, y la declinacion el punto de dicho semicírculo en que se halla el Astro.

370 Para no equivocarse en la solucion de los problemas relativos á los horarios, conviene imaginar dos equinocciales confundidas en un mismo plano: la primera sin rotacion, dividida en grados ú horas desde el

primer punto de Aries hácia oriente, para contar sobre ella las ascensiones rectas (*art.* 244 *á* 251); y la segunda movible sobre su eje, y dividida en grados ú horas desde el meridiano del observador hácia occidente, ó desde dicho punto hácia uno y otro lado.

371 *Corolarios.* Los Astros que tienen la misma ascension recta, tendrán el mismo horario, y los que tengan el mismo horario, tendrán la misma ascension recta (*art.* 365.)

372 *Corolarios.* Las diferencias de ascension recta de los Astros son iguales á las diferencias de horarios, y estas á aquellas.

Resúmen.

373 Para facilitar la inteligencia de todo lo dicho (*art.* 324 *á* 370) supóngase que la figura 19 representa la proyeccion del hemisferio occidental de la esfera celeste (que se debe suponer elevado sobre el plano del papel): *z* el zenit del observador; *n* el polo norte del Mundo; y *a* un Astro; y serán: *p* el nadir; *hco* el horizonte; el círculo terminador *hzoph* el meridiano; *s* el polo sur del Mundo; *ecq* la equinoccial; *zcp* el vertical primario; *h*, *c* y *o* los puntos cardinales norte, oeste, y sur; *ez* será la latitud del observador, norte; y la distancia del zenit al polo del Mundo *zn* será su complemento (*art.* 70 *núm.* 2º)

374 La distancia *nh* del polo al horizonte se llama *altura de polo*; y es igual á la latitud *ez* (*art.* 70 *núm.* 5.º)

375 El arco *ht*, ó el ángulo agudo *hzt*, será el azimut del Astro *a*, contado del norte al oeste: el arco *oct*, ó el ángulo obtuso *ozt*, será el azimut contado del sur al oeste: *ta* será la altura verdadera del Astro *a*; y el complemento *az* será su distancia al zenit.

376 El arco *eu*, ó el ángulo *enu*, será el horario occidental; *ua* será la declinacion del Astro, norte; esto es, de la misma especie que la latitud del observador;

y el complemento *an* será la distancia del Astro al polo del hemisferio en que se halla el observador.

377 En la práctica de la Navegacion se hace mucho uso del triángulo esférico *anz*, cuyos vértices son, el Astro, el polo del Mundo correspondiente al hemisferio del observador (que se llama *el polo elevado*) y el zenit.

378 Si el Astro está en *b* (*fig.* 19): esto es, si su declinacion es de especie contraria á la latitud del observador, su distancia al polo elevado será $nb = nu + ub$, igual á 90° mas la declinacion, y el triángulo esférico será *bnz*.

379 Si el Astro está en *l* (*fig.* 19): esto es, si está depreso, su distancia al zenit será $zl = zt + tl$, igual á un cuadrante mas la depresion, ó altura negativa del Astro; y el triángulo esférico será *lnz*.

380 *Corolario.* El horario *ncs* (*fig.* 19) que pasa por el punto del verdadero poniente, es el horario occidental de 90° ó seis horas; y su opuesto, que pasa por el punto del verdadero levante, es el horario oriental de 90° ó seis horas; puesto que dicho horario pasa por los puntos cardinales, que son polos del meridiano *hzoph* (*art.* 334); y por lo tanto será perpendicular al meridiano (*art.* 47 *núm.* 2.°) y formará con él el ángulo *znc* recto.

381 *Corolario.* El meridiano *hzoph* (*fig.* 19) y el horizonte *hco*, dividen á la equinoccial *ecq* en cuatro cuadrantes, ó arcos de seis horas, *ec*, *cq*, y sus opuestos.

382 Cuando un Astro se halla en el horizonte racional se llama *diferencia ascensional* al arco de ecuador comprendido entre el punto cardinal este ú oeste y el horario del Astro.

383 Si la figura 20 representa el hemisferio occidental, en los mismos términos que la figura 19, y *a* y *b* son dos Astros, la diferencia ascensional de *a* será *cm*, y la de *b* será *cu*. La amplitud de *a* será *ca*, del oeste al norte; y la del Astro *b* será *cb*, del oeste al sur. El arco *ma* será la declinacion de *a* norte: esto es, de la misma especie

que la latitud; y el arco *ub* será la declinacion de *b*, sur: esto es, de especie opuesta á la latitud del observador.

384 El ángulo esférico *eco* tiene por medida el arco *eo* (*art.* 50), que es complemento de la latitud *ez*; y por lo tanto, los ángulos *eco*, *hcq* son iguales al complemento de la latitud del observador. Los ángulos en *m* y *u* son rectos (*art.* 47, *núm.* 2.°).

385 En la práctica de la Navegacion se hace uso de los triángulos esféricos rectángulos (*fig.* 20) *amc*, *buc*.

386 *Corolario.* La diferencia ascensional de un Astro es igual á la diferencia de su horario á 90° ó seis horas: por exceso cuando la declinacion es de la misma especie que la latitud del observador, y por defecto cuando es de especie opuesta.

En efecto, *ec* (*fig.* 20) vale 90° ó seis horas (*art.* 380): y por lo tanto el horario *eu* será igual á seis horas menos la diferencia ascensional *uc*; y el horario *em* será igual á seis horas mas la diferencia ascensional *cm*.

387 *Corolario.* La diferencia ascensional, sumada ó restada de seis horas, segun que la declinacion sea de la misma ó contraria especie respecto de la latitud, dará el horario del Astro al tiempo de hallarse en el horizonte racional.

CAPITULO VI.

DE LOS FENOMENOS QUE RESULTAN DEL MOVIMIENTO GIRATORIO DE LA TIERRA.

388 Para facilitar la inteligencia de los fenómenos que resultan del movimiento diurno de la Tierra, conviene definir algunos términos y establecer algunos principios, de que se hará uso en las explicaciones.

389 Se llamará *círculo racional de iluminacion* ó *máximo de iluminacion* de un Astro á un círculo máximo de la Tierra cuyo eje es la recta que va del centro de la Tierra al del Astro.

390 Si la figura 21 representa las secciones de la

Tierra *bafob*, y de un Astro *A* por un plano que pasa por sus centros: *bf* será el máximo de iluminacion.

Se supondrá que *baf* es el hemisferio iluminado por el Astro; ó lo que es lo mismo, el hemisferio desde el cual se podrá descubrir el Astro *A*; y se supondrá que *bof* es el hemisferio oscuro, ó por mejor decir, el hemisferio desde el cual no se puede descubrir el Astro *A*

391 Por varias causas que se explicarán mas adelante, puede suceder que la porcion de superficie terrestre desde la cual se descubre un Astro, sea algo menor ó algo mayor que un hemisferio. Suponiendo al observador rodeado de mar por todos lados, y colocado en las inmediaciones de la superficie del agua, dichas diferencias no pueden llegar á un grado: esto es, que el círculo efectivo de iluminacion será, cuando mas, un paralelo al máximo de iluminacion colocado un grado mas abajo que dicho máximo *bf*. Y se prescindirá de dichas diferencias en la explicacion general de los fenómenos.

392 El punto *a*, en que la recta tirada del centro del Astro al de la Tierra encuentra á su superficie, se llamará el *polo de iluminacion*, y su opuesto *o* será el *polo de la oscuridad*.

393 Si un observador se halla en *b*, será *Z* su zenit, *P* su nadir, *BH* su horizonte racional; y se supondrá que el observador descubre los objetos celestes situados hácia la parte superior del horizonte, y que no puede descubrir los colocados hácia su parte inferior, por impedírselo la interposicion del globo de la Tierra.

394 Se prescindirá por ahora de algunas diferencias en mas y en menos, que son enteramente iguales á las que resultan entre el máximo de iluminacion de un Astro y su paralelo (*art.* 391), y provienen de las mismas causas.

395 Se dirá pues en general, que el observador empieza á descubrir un Astro ó á perderlo de vista, cuando llega al máximo de iluminacion de dicho Astro ó cuando el Astro se halla en el horizonte racional del observador.

396 Se puede decir (*fig.* 21) que el habitante *b* es el polo de su horizonte *oa* sobre el globo de la Tierra, y que el centro del astro *A* es el polo del círculo de iluminacion en la esfera celeste.

397 Por consiguiente la distancia *ba* del habitante al polo de iluminacion será en todos casos igual á la distancia *ZA* del zenit al Astro: esto es, igual al complemento de su altura verdadera (*).

398 *Corolario.* De esto y de lo establecido anteriormente (*art.* 396) resulta, que la distancia del habitante al círculo de iluminacion es igual á la distancia del Astro al horizonte racional: esto es, igual á la altura verdadera del Astro (*art.* 70, *núm.* 5.°).

399 De esto y de la inspeccion de la figura resulta que las dos suposiciones hechas en el artículo 395 son equivalentes.

400 Cuando un observador *b* (*fig.* 21) camine hácia *a*, su horizonte *BH* caerá mas abajo del centro del Astro *A*; y por consiguiente el Astro se alejará del horizonte hácia su parte superior.

Cuando el observador *b* (*fig* 21) camine hácia *o*, su horizonte *BH* caerá mas arriba del centro del Astro *A*; y por consiguiente el Astro se alejará del horizonte hácia su parte inferior.

401 En general, segun que el observador se halle en el hemisferio iluminado ó en el oscuro, se hallará el Astro elevado ó depreso respecto del horizonte racional.

402 Se dice que un Astro *sale* ó *nace* cuando aparece rasante á la superficie de la Tierra; y se dice que *se pone* cuando desaparece en los mismos términos.

403 El acto de nacer un Astro se denomina tambien *orto*, y el de ponerse *ocaso*.

404 Por *nacer verdadero* de un Astro se entiende el acto de pasar el observador del hemisferio oscuro al iluminado por el Astro; ó lo que es lo mismo, el acto de pasar el Astro de la parte inferior del horizonte ra-

(*) Se supone colocada la *A* en el punto *H* de la esfera celeste.

cional á la superior, en virtud del movimiento de este círculo.

405 Por *ponerse verdadero* de un Astro se entiende el acto de pasar el observador del hemisferio iluminado por el Astro á su opuesto; ó lo que es lo mismo, el acto de pasar el Astro de la parte superior á la inferior del horizonte racional, en virtud del movimiento de dicho círculo.

406 El tiempo que media entre el orto y ocaso verdaderos del Sol se suele llamar *dia artificial*; y *noche* el que media entre el ocaso y orto de dicho Astro.

407 Por *dia natural* entienden los Astrónomos el tiempo que media entre dos pasos sucesivos del meridiano superior por el centro del Sol; y dicho dia se divide en 24 horas.

De la diferencia entre las horas de varios lugares.

408 Establecido esto, sea (*fig.* 16) *MEDOM* la equinoccial, *n* el polo del norte, y *S* el Sol, que se supone inmóvil en cualquier punto del plano *SMn* que pasa por el eje del Mundo *n*; de suerte que el polo del círculo de iluminacion es *p*, ú otro cualquier punto del meridiano *Mn*. El eje del Mundo es perpendicular al plano del papel en *n*, y la Tierra gira en la direccion *MEDOM* (*art.* 164.)

409 En virtud de dicho movimiento giratorio los habitantes *u*, *a* &c. describirán los paralelos de sus respectivas latitudes durante una revolucion de la Tierra; y el habitante *M* describirá la equinoccial.

410 El movimiento giratorio de la Tierra es uniforme, y por lo tanto todos los lugares, en iguales tiempos describirán arcos de igual número de grados de sus respectivos paralelos.

411 Esto supuesto, al pasar el meridiano *Muan* por el polo del círculo de iluminacion *p*, estará el Sol *S* en su plano, y será *medio dia* para todos los habitantes *M*, *u*, *a*, &c. que estan en dicho meridiano. Esto es, que serán

las 12 del dia segun el uso civil, y las cero segun el modo de contar de los Astrónomos.

Cuando el meridiano de dichos habitantes se coloque segun la *nE* (perpendicular á *nM*), serán para todos ellos las seis de la tarde.

Cuando se coloque segun la *nD*, serán las 12 de la noche.

Cuando llegue á tomar la posicion *nO*, serán las 6 de la mañana del dia siguiente segun el uso civil, y las 18 horas del mismo segun el uso astronómico.

Finalmente, cuando el expresado meridiano vuelva á su primera posicion *nM* respecto al Sol, será otra vez medio dia. Esto es, serán las 12 del dia siguiente segun el uso civil; y segun los Astrónomos, serán las 24 horas de aquel dia, ó á las cero del siguiente.

412 Conviene advertir, que segun el uso civil, ó por mejor decir segun el uso eclesiástico, el dia se empieza á contar desde la media noche antecedente al medio dia en que empieza la cuenta astronómica. Esto es, que á las tres de la mañana del 5 de Diciembre, segun el uso eclesiástico, corresponden las 15 del dia 4 de Diciembre del dia astronómico. Pero á las 3 de la tarde del dia 5, segun el uso eclesiástico, corresponden las 3 del mismo dia 5 segun el uso astronómico, que es el que siguen los navegantes para llevar la cuenta de lo que camina la embarcacion.

413 Con estos conocimientos es muy fácil el reducir la hora astronómica á hora civil, y esta á aquella, sin necesidad de mas reglas que las que dicta la simple razon natural.

414 Cuando el meridiano del habitante está en *c*, serán para dicho habitante las cero horas mas *Mc*: esto es, la una si el arco *Mc* es de una hora.

Cuando esté en *E* serán las cero horas mas *ME*: esto es, las 6, y asi sucesivamente; y como dichos arcos de ecuador *Mc*, *ME* &c. son los horarios occidentales del Sol respecto de dicho habitante, es evidente que

415 La hora astronómica de un lugar es igual al

horario occidental del Sol respecto de dicho lugar.

416 Si el horario es oriental como *MO* (*fig.* 16), la hora astronómica será $MEDO = MEDOM - MO$ $= 24$ horas menos *MO*; y la hora civil, contada desde media noche, será $DO = DOM - MO = 12$ horas menos *MO*.

Esto basta para resolver con facilidad los problemas relativos á las horas y horarios del Sol, recurriendo á la figura 16.

417 No es menos evidente, que cuando sea medio dia para los habitantes *M*, *u*, *a* (*fig.* 16), serán ya las seis de la tarde para los habitantes de un meridiano *En*; las doce de la noche para los habitantes del meridiano *Dn*: y en general, la diferencia entre las horas que en un mismo instante se cuentan en dos lugares de la Tierra, será exactamente igual á su diferencia en longitud.

418 Los meridianos mas orientales pasarán antes por debajo del Sol *S* (*fig.* 16); y por lo tanto contarán mas horas.

419 Luego, si el observador cuya hora coincidia con la de un meridiano *M*, se ha alejado de él hácia el oriente, para reducir su hora á la de dicho meridiano, deberá restarle la diferencia de longitud oriental respecto de dicho lugar.

420 Si un observador, cuya hora coincidia con la de un meridiano *M*, se ha alejado de él hácia occidente, para reducir su hora á la de dicho meridiano deberá sumarle la diferencia de longitud occidental respecto de dicho meridiano.

421 Conviene advertir, que en algunas de las Islas situadas entre la América y el Asia se cuentan los dias y horas que contaban los Navegantes Europeos que se dirigieron á ellas por el lado de occidente, y en otras se cuentan los dias y horas que contaban los Naveganres Europeos que se dirigieron á ellas por el lado de oriente. Dichos dias y horas deben reducirse á dias y horas de Europa, sumándoles la diferencia de longitud occidental del observador en el primer caso, y restándoles la dife-

rencia de longitud oriental del observador en el segundo caso.

422 Los que no tengan esto presente se exponen á cometer el error de un dia en la reduccion de las horas de un meridiano á otro, y de una equivocacion de esta naturaleza pueden resultar las mas fatales consecuencias.

423 En los almanaques náuticos y en todas las tablas astronómicas se expresan los términos que dependen de los lugares de los Astros correspondientes á las horas que se cuentan en un meridiano determinado, que se llama *el meridiano de las tablas.* Para averiguar los términos correspondientes á la hora *h* del meridiano del observador es preciso reducir dicha hora *h* al meridiano de las tablas por el método que se acaba de explicar.

424 A la hora *r* del meridiano de las tablas, correspondiente á la *h* del observador, la llamaremos en adelante *hora reducida.*

425 *Ejemplo* 1.° Supongamos que un Navegante que se ha trasladado de Europa á Manila por el lado de oriente, cuenta las 3 horas, 20′...... 51″...... de la tarde del dia 3 de Diciembre, y quiere saber la hora que es en Cádiz.

Longitud oriental de Manila respecto de Cádiz	127°.......	08′......	15″	
En tiempo (*art.* 252)	—8h	28′.......	33″	00‴
Hora contada desde la media noche (*Arit.* 354 *y* 356)	15	20	51	
Hora en Cádiz	6h	52′........	18″	de la mañana del 3 segun la cuenta civil,
ó las	18h	52′........	18″	del dia 2 segun la cuenta astronómica.

Ejemplo 2.° Bajo el supuesto de que en Manila se sigue la cuenta de los dias que llevaron los Navegantes Españoles, que se trasladaron á las Filipinas por el lado de occidente, se quiere saber la hora que es en Cádiz cuando en Manila se cuentan las 3 horas 20′...... 51″ de la tarde del dia 2 de Diciembre.

Longitud oriental de Manila respecto de Cádiz	8h	28′......	33″	
Resta de	24	00	00	
Longitud occidental	+ 15h	31′......	27″	
Hora de Manila	3	20	51	
Hora en Cádiz	18	52	18	del mismo dia 2 de Diciembre.

426 Para convencerse bien de las diferencias que resultan en la cuenta del tiempo, segun el lado hácia que se navega, supóngase que un Navegante sale del meridiano de Cádiz *Mn* (*fig.* 16), y adelanta 3°........ 45′ hácia oriente en las 24 horas: esto es, supóngase que pasa al meridiano *cn* situado 15′ de tiempo al oriente del meridiano de salida. Al dia siguiente el meridiano *cn* pasará por el Sol *S* un cuarto de hora antes que *Mn*; y por lo tanto, cuando en el meridiano de salida sea otra vez medio dia, serán las doce y cuarto en el meridiano *cn* en que se halle el Navegante: esto es, que el Navegante contará que ha pasado un dia y 15′, cuando para los habitantes de Cádiz no ha pasado mas que un dia.

Si en las 24 horas siguientes adelanta el Navegante otro tanto hácia oriente, contará que han pasado dos dias y 30′, cuando para los habitantes de Cádiz solo han pasado dos dias, y asi sucesivamente; de suerte que si dicho Navegante contrae 90° de longitud hácia oriente en doscientos dias, contará que han pasado doscientos dias y seis horas, cuando para los habitantes de Cádiz solo han pasado doscientos dias.

427 Si otro Navegante se dirige desde el meridiano de Cádiz *Mn* (*fig.* 16) hácia occidente, y adelanta 3°...... 45′ en las 24 horas, dicho Navegante se habrá trasladado al meridiano *bn*, 15′ de tiempo mas occidental que el de Cádiz. Cuando vuelva á ser medio dia en Cádiz, el Navegante contará que son las doce menos cuarto, respecto á que todavía faltará un cuarto de hora para que su meridiano *bn* pase por el Sol *S*. Esto es, que el Navegante contará que han pasado solo 24 horas menos 15′ de tiempo, cuando para los habitantes de Cádiz han pasado 24 horas cabales. Dicha diferencia entre la cuenta del tiempo que se lleva en Cádiz y la que lleva el Navegante, irá aumentando al paso que vaya adelantando hácia occidente. Si el Navegante contrae 270° de longitud en doscientos dias, contará que han pasado doscientos dias menos 18 horas, cuando los de Cádiz cuenten doscientos dias justos.

428 Dicho Navegante se hallará en el mismo meridiano que el que contrajo 90° de longitud por el lado de oriente, puesto que $360° - 270° = 90°$.

429 Luego si los dos Navegantes, que salieron de Cádiz el mismo dia, despues de doscientos dias de navegacion concurren en un punto, habiendo navegado en direcciones opuestas, el uno contará que lleva 200 dias y 6 horas de navegacion, cuando el otro solo cuenta 200 dias menos 18 horas. Por consiguiente, la cuenta del tiempo de uno y otro diferirá 24 horas. Esta es la diferencia que encuentran entre su cuenta del tiempo y la que está en práctica en las Filipinas, los que se trasladan á dichas Islas desde cualquier puerto de Europa, habiendo navegado por el lado de oriente: esto es, por el Cabo de Buena-Esperanza, que es lo mas general.

De la relacion que hay entre las alturas de los Astros, y sus horarios y azimutes.

430 En la figura 22 el círculo terminador *bc'fcb* es el máximo de iluminacion; *a* su polo, que debe considerarse elevado sobre el papel; *n* el polo norte de la Tierra, elevado sobre el papel; *s* el polo sur, colocado en la parte posterior del papel: esto es, en el hemisferio oscuro; *cec'* es la equinoccial; y *hiuxh*, *dld' Ktκ'*, *rmr'* los paralelos que describen varios lugares de la Tierra, en virtud del movimiento diurno. En la figura 21 se supone el máximo de iluminacion *bcf* visto de canto; y en ambas figuras se han designado con las mismas letras los puntos correspondientes.

431 Cuando (*fig.* 22) se halle en *z* el lugar que describe el paralelo *dld'*, el arco *zn* representará su distancia al polo; el arco *az* representará la distancia del Astro al zenit; y *an* representará la distancia del Astro al polo. El ángulo *anz* es el horario oriental; y *nza* es el azimut contado del norte hácia la derecha: esto es (*art.* 339) del norte al este. Cuando el lugar se halla en *z'*, será *anz'* el horario occidental, y *nz'a* el azimut, contado del norte hácia la izquierda: esto es, occidental.

432 Los triángulos *nza*, *naz'*, formados sobre la esfera terrestre en la figura 22, equivalen al triángulo designado con las mismas letras en la figura 19, que se supone formado en los puntos correspondientes de la esfera celeste; y se puede recurrir á uno y otro para que sirvan de guia en las resoluciones de los problemas (*art.* 377).

433 Se dice que un Astro se halla en el *meridiano superior* de un lugar cuando está en la porcion de dicho máximo que va de un polo á otro, pasando por el zenit; y se dice que se halla en el *meridiano inferior*, cuando se halla en el semicírculo opuesto del meridiano del lugar: esto es, cuando se ve en el meridiano mas allá del polo.

434 Cuando los lugares (*fig.* 22) se hallen en los puntos *i*, *l*, *t*, *e*, *m*, tendrán al Astro en su meridiano superior; y cuando el lugar que describe el paralelo *hiuh* se halle en *x*, tendrá al Astro en su meridiano inferior, puesto que lo verá hácia *nia*: esto es, mas allá del polo *n*.

435 *Teorema.* La altura meridiana de paso superior es la mayor de todas, y la de paso inferior es la menor.

Demostracion. La menor distancia del punto *a* (*fig.* 22) á los paralelos de los lugares es el arco de círculo perpendicular (*art.* 85): esto es, la distancia contada sobre el arco *fan*. Luego los lugares estarán en la menor distancia del polo de iluminacion *a*, cuando se hallen en su meridiano *fn*. En tal caso, estará el Astro á la menor distancia del zenit, y por lo tanto tendrá su mayor altura. Con esto queda demostrada la primera parte.

Para demostrar la segunda parte basta advertir que $an + nu > au$ (*artículo* 80); y por ser $nu = nx$ (*art.* 71), será $an + nx = anx > au$: esto es, que la distancia del zenit al Astro que se halla en el meridiano inferior es la mayor de todas; y por lo tanto, el Astro tendrá su menor altura en dicho caso.

436 *Teorema.* Siempre que la declinacion del Astro no varíe, á iguales alturas observadas antes y despues de su paso por el meridiano corresponderán iguales horarios, é iguales azimutes.

Demostracion. Si la declinacion del Astro *ae* (*fig.* 22) no varía, tampoco variará la distancia al polo *an*; y si las alturas tomadas á un lado y otro del meridiano son iguales, tambien serán iguales sus complementos az, az'. Luego los triángulos anz, anz' tendrán iguales sus tres lados, y por consiguiente sus tres ángulos (*art.* 113): esto es, los formados en *n*, que son los horarios; y los formados en z y z', que son los azimutes.

437 *Corolario.* Luego cuando el Astro se halle en el horizonte al tiempo de nacer (esto es, cuando el lugar se halle en *d*), tendrá el mismo horario y azimut que cuando se halle en el horizonte al tiempo de ponerse (esto es, cuando el lugar se halle en d'); puesto que en ambos casos será de 90° la distancia del Astro al zenit ad, ad'.

438 *Corolario.* Los arcos (*fig.* 22) dl, ld' serán

iguales, por medidas de los horarios; y lo mismo se verificará con todos los demas paralelos. Esto es, que $Kt = t\kappa$; $ce = ec'$; $rm = mr'$.

439 Los arcos *dld'*, *KtK'* &c. que describen los lugares mientras que se descubre el Astro desde ellos, se llaman *arcos diurnos*; y es evidente que la duracion del dia artificial es igual al número de horas de dichos arcos.

440 *Corolario.* Los arcos *dl*, *Kt* &c., comprendidos entre el máximo de iluminacion y el meridiano del Astro, serán *los arcos semidiurnos.*

441 *Corolario.* Los arcos semidiurnos son los horarios correspondientes al orto y ocaso verdaderos del Astro.

442 *Corolario.* Los Astros que nacen y se ponen van aumentando de altura, desde que se ven en el horizonte al nacer, hasta que se ven en el meridiano; y disminuyen de altura desde dicho punto hasta que se ven en el horizonte al ponerse.

443 *Corolario.* Los Astros que no se ponen tienen su menor altura cuando se ven en el meridiano inferior (al hallarse el lugar en *x*); y van aumentando de altura hasta que se ven en el meridiano superior (al hallarse el lugar en *i*).

444 *Teorema.* Para que el observador no pierda á un Astro de vista durante una rotacion de la Tierra, es menester que su complemento de latitud sea menor que la declinacion del Astro de la misma especie; y para que no lo vea durante una rotacion de la Tierra, es menester que su complemento de latitud sea menor que la declinacion del Astro de especie opuesta.

Demostracion. Para que el paralelo *ix* (*fig.* 21 ó 22) esté enteramente en el hemisferio iluminado es preciso que sea *nx* menor que *nb*; y como *nx* es el complemento de la latitud del lugar, y $nb = \overset{\frown}{ea}$ (*art.* 70 *núm.* 5.º) es la declinacion del Astro de la misma especie, será evidente la primera parte.

Por el mismo estilo se demuestra la segunda parte en la figura 21; respecto á que para que el paralelo del observador se halle enteramente en el hemisferio oscuro es menester que sea $sv < sf$.

CAPITULO VII.

DE LOS FENOMENOS QUE RESULTAN DEL MOVIMIENTO DE TRASLACION DE LA TIERRA.

445 En los pasos de los Astros por los meridianos de la Tierra ningun influjo tienen las latitudes de los lugares ni las declinaciones; puesto que dichos fenómenos son los mismos para todos los habitantes de un mismo meridiano, y se verifican del mismo modo cuando el polo de iluminacion está en *p* (*fig.* 16) que cuando está en *M*, *u*, *a* ú otro cualquier punto del plano *Sn*. De esta consideracion resulta, que para la explicacion de dichos fenómenos basta atender á las variaciones de ascension de los Astros: esto es, á sus movimientos, verdaderos ó aparentes, referidos á la circunferencia de la equinoccial.

De los dias aparente, medio y sidéreo.

446 Para examinar el influjo que tiene el movimiento de traslacion de la Tierra en la duracion de los dias naturales, sea (*fig.* 30) *s* el centro del Sol, colocado en el plano del papel, que se supone paralelo á la equinoccial. El eje de la Tierra se mantiene siempre perpendicular á dicho plano, y por el movimiento de traslacion describe alrededor del Sol la elipse *actuza* de derecha á izquierda, suponiendo que el polo elevado sobre la figura es el del norte.

447 Cuando el eje de la Tierra se halla en *a*, la equinoccial terrestre estará representada por el círculo *MDFN*, y será medio dia para los lugares situados en el meridiano *aM*.

Mientras que la Tierra da una vuelta, su eje se traslada de *a* á *c*; y por lo tanto, el meridiano *aM* toma la posicion *cm*, paralela á *aM*. El Sol corresponderá al me-

ridiano *co*; y para que sea medio dia en el meridiano *cm*, será menester que la Tierra describa el arco *mo*, ó el ángulo *mcs*, que es igual á su alterno *csa*; y como este es igual al movimiento de la Tierra en ascension recta, es evidente que

448 El dia natural es el tiempo que emplea la Tierra en hacer una revolucion al rededor de su centro, y en describir á mas un arco igual á su movimiento diario en ascension recta.

449 El movimiento de rotacion de la Tierra es uniforme, y el movimiento en ascension es desigual. Por esta razon deben ser desiguales los dias naturales, que unos llaman *dias verdaderos*, y otros *dias aparentes*.

Verdad es que los dias aparentes constan de 24 horas; pero dichas horas son en realidad desiguales.

Por esta razon han establecido los Astronomos unos dias que llaman *dias medios*, ó *dias de tiempo medio*.

450 Por *dia de tiempo medio* se entiende el tiempo que emplea la Tierra en una rotacion, y en describir á mas un arco igual á su diferencia diaria media de ascension recta: esto es, igual á la diferencia de ascension que contraeria la tierra cada dia si su movimiento en ascension fuese uniforme.

451. El movimiento diario medio de la Tierra en ascension es de 59'...... 08''2 de ecuador. Por lo tanto, en un dia medio, todos los puntos de la Tierra describirán al rededor de su eje una circunferencia, mas 59'...... 08''2 : esto es, 360°...... 59'. .... 08''2.

452 Cuando el movimiento diario efectivo en ascension pasa de 59'....... 08''2, los dias aparentes serán mayores que los medios; y dichos dias aparentes serán menores que los dias medios, cuando las variaciones diarias efectivas de ascension recta sean menores que dicha cantidad.

453 La diferencia que hay entre el tiempo aparente y el medio se llama la *ecuacion del tiempo*; y en los almanaques náuticos se manifiesta la ecuacion del tiempo correspondientes á cada dia.

454 El movimiento de los buenos relojes es uniforme; y por esta razon se deben examinar comparando

las horas que señalan con las del tiempo medio, y no con las del tiempo aparente, que es muy desigual.

455 Conviene advertir, que en el Conocimiento de tiempos de Paris, en vez de la ecuacion del tiempo se expresa la hora que es de tiempo medio al ser medio dia aparente, ó *medio dia verdadero*, que es como lo llaman los Franceses.

456 Hechas las mismas suposiciones que antes (*artículo* 446), si E (*fig.* 30) es una Estrella fija, es evidente que cuando el eje de la Tierra se halla en a, dicha Estrella estará en el meridiauo aM; y cuando la Tierra haya dado una vuelta su eje se hallará en c y el meridiano cm, paralelo á aM (que es el mismo aM) tendrá que describir el ángulo mce para que su plano pase por la Estrella. Dicho ángulo mce es igual á su alterno aEc que es absolutamente imperceptible, porque la órbita de la Tierra es como un punto respecto á la gran distancia á que se hallan las Estrellas fijas.

457 De esta consideracion resulta, que entre dos pasos sucesivos de una Estrella fija por el mismo meridiano, mediará el tiempo que emplee la Tierra en dar una vuelta alrededor de su eje.

358 El tiempo que media entre dos pasos sucesivos de una Estrella por el mismo meridiano se llama *dia sidéreo* y se divide en 24 horas de tiempo sidéreo.

459 *Corolario.* El dia sidéreo será menor que el dia medio, en el tiempo que emplea la Tierra en describir un arco de 59'...... 08''2 alrededor de su centro.

460 *Corolarios.* Para determinar el exceso del dia medio sobre el sidéreo, en minutos de tiempo medio, se deberá decir 360°..... 59'.... 08''2: 24 horas :: 59'...... 08''2 : x=3'...... 56''. Esto es, que los dias medios serán mayores que los sidéreos, ó estos menores que aquellos, en 3'...... 56'' de tiempo medio.

461 *Corolario.* Si la diferencia de ascension recta que la Tierra contrae de un dia á otro es d, el dia sidéreo será menor que el aparente en el tiempo t que la Tierra emplea en describir el arco d, en virtud de su movimiento giratorio.

462 *Corolarios.* Si una Estrella fija pasa por el meridiano de Cádiz

juntamente con el Sol, al dia siguiente, el paso de dicha Estrella por dicho meridiano se anticipará al paso del Sol en el tiempo t; que es la diferencia entre el dia aparente y el sidéreo. El otro paso de la Estrella se anticipará al del Sol en la diferencia que hay entre dos dias aparentes y dos dias sidéreos, y asi sucesivamente.

463 Cuando la Tierra se halle en t, habiendo contraido 90° ó seis horas de diferencia de ascension recta, el paso de la Estrella se anticipará al del Sol en seis horas, porque el ángulo $Etm' = sEt$ no llega á un $1''$ de grado, á que corresponden unos $4'''$ de tiempo, cantidad absolutamente imperceptible. Esto es, que la Estrella que pasaba por el meridiano de Cádiz á medio dia cuando la Tierra estaba en a, pasará por dicho meridiano á las seis de la mañana cuando la Tierra se halle en t.

464 Cuando la Tierra se halle en u, la Estrella E pasará por el meridiano de Cádiz á las doce de la noche. Cuando se halle en z, pasará á las seis de la tarde; y cuando la Tierra vuelva al punto a, la Estrella E volverá á pasar por el meridiano juntamente con el Sol: esto es, á medio dia.

465 La cantidad en que se adelanta de un dia á otro el paso de las Estrellas por el meridiano se llama la *aceleracion de las fijas*.

466 *Corolario.* La aceleracion efectiva de las Estrellas será tanto mayor cuanto mayor sea la diferencia diaria de ascension de la Tierra (*art.* 461).

467 Por *aceleracion media* se entiende la cantidad en que las Estrellas anticiparian su paso por el meridiano de un dia á otro, si las diferencias diarias de ascension recta de la Tierra fuesen uniformes.

468 *Corolario.* Por consiguiente (*art.* 460) la aceleracion media de las Estrellas fijas será igual á la diferencia que hay entre el dia sidéreo y el dia medio, que es $= 3' \ldots\ldots 56''$, y mas exactamente $= 3' \ldots\ldots 55''91$.

469 En algunos cálculos aproximados se puede suponer que la aceleracion diaria de las Estrellas fijas es de $4'$: esto es, de un $1'$ en cada 6 horas y de $10''$ en cada hora.

De las estaciones.

470 En las figuras 24, 25, 26, 27, 28 y 29 se representa la Tierra terminada por el meridiano *nesqn*. Los puntos *n*, *s* son los polos norte y sur; *euq* la equinoccial; *mh*, *cg* los trópicos de Cáncer y Capricornio; y *bd*, *fp* los círculos polares ártico y antártico. El Sol se supone en

A, iluminando dicho globo segun sus posiciones: y *AE* es la equinoccial celeste, paralela á la terrestre *eq* (*fig.* 26 *y* 29).

471 Por lo demostrado en la Geometría (*Geom.* 405) el ángulo *Auq* (*fig.* 26) es igual á *EAu*; y *Aue* (*fig.* 29) es igual á *EAu*: esto es, que

472 La declinacion del Sol es igual al ángulo que la recta tirada del centro del Sol al de la tierra forma con la equinoccial celeste.

473 En la figura 23 *iavli* representa la órbita de la Tierra, que determina el plano de la eclíptica *IAVLI*; *eAqLe* representa la equinoccial celeste; *LA* la interseccion de dichos planos, que determina los puntos equinocciales (*art.* 158).

474 Se supone que el polo norte está elevado sobre la figura, y que *A* es el primer punto de Aries; y resultará que *V* es el primer punto de cáncer; *L* el de Libra; *I* el de Capricornio (*art.* 164, 180 *y* 182).

475 La porcion *LTIA* de la eclíptica cae hácia la parte inferior de la equinoccial (esto es, hácia el sur); y la *At'VL* cae hácia la parte superior (esto es, hácia el norte); y para evitar dudas, se han representado con puntos las líneas de cada uno de dichos planos que se suponen vistas al traves del otro plano.

476 Se supone que *Ttsot'* y *msn* representan las comunes secciones de la eclíptica y equinoccial con el plano de un círculo máximo que pasa por los polos del Mundo: esto es, con un máximo de ascension.

477 Cuando la Tierra se halle en *t* se verá el Sol en *t'*, su longitud será *At'*, igual á la longitud *LT* de la Tierra contada desde libra; y la ascension recta del Sol será *An*, igual á *Lm*, que es la ascension recta de la Tierra contada desde Libra. La declinacion (*art.* 472) será $tsm = t'sn = t'n$.

478 En general, el Sol se verá desde la Tierra en un punto de la eclíptica opuesto á aquel en que se veria la Tierra desde el Sol.

479 La longitud y ascension recta del Sol, visto desde la Tierra, serán iguales á la longitud y ascension recta de la Tierra vista desde el Sol, y contadas desde el primer punto de Libra: la declinacion del Sol será igual al ángulo que la recta tirada por los centros del Sol y de la Tierra forma con el plano de la equinoccial celeste (*art.* 472); y será septentrional ó meridional, segun que la Tierra se halle hacia la parte meridional ó septentrional de dicho plano.

480 Establecido todo esto, el dia 21 de Marzo se halla la Tierra en el primer punto de Libra. El Sol *s* se verá en el primer punto de Aries *A*, y empezará la estacion que llamamos *primavera*.

1.º La declinacion del Sol será cero; y por lo tanto, dicho Astro iluminará á la Tierra en los términos que se representa en la figura 24.

2.º El círculo racional de iluminacion *ns* será un meridiano; y dividirá por mitad á todos los paralelos *bd*, *mh*, *cg*, *fp* &c. (*art.* 47, *núm.* 8); y por lo tanto todos los habitantes de la Tierra, que describen dichos paralelos, verán al Astro durante media revolucion, y durante la otra media revolucion no lo verán.

3.° Por consiguiente, el dia será igual á la noche para los habitantes de todos los paralelos de la Tierra.

4.° Pero los habitantes de los polos *n* y *s* verán al Astro en el horizonte (*art.* 395) durante toda la revolucion.

5.° Los habitantes del ecuador *eq* pasarán sucesivamente por el punto *q*, y en aquel instante en que se hallen en *q* no harán sombra, y verán al Sol sobre su cabeza.

6.° Los habitantes del hemisferio del norte verán al Astro hácia el sur, y sus sombras se dirigírán hácia el norte cuando sus meridianos pasen por el punto *q*

7.° Los habitantes del hemisferio del sur verán al Astro hácia el norte, y sus sombras se dirigirán hácia el sur en igual caso.

481 Un dia despues del principio de la primavera se hallará la Tierra en *t* (*fig.* 23) al sur de la equinoccial celeste *eAqLe*; el Sol se verá en t', al norte de la equinoccial terrestre, y su declinacion $t'sn = Tsm = t'n = Tm$ será de unos 22′.

1.° El polo de iluminacion (*fig.* 25) se hallará en *a*, 22′ al norte de *q*; el círculo racional de iluminacion será *it*; y los arcos *ni*, *ts* serán tambien de 22′ (*art.* 70 *núm.* 5.°).

2.° El paralelo distante 22′ del polo del norte *n* estará enteramente en la parte iluminada; y por lo tanto, los habitantes comprendidos entre dicho paralelo y el polo no perderán al Sol de vista, y tendrán un dia continuado.

3.° El paralelo distante 22′ del polo del sur estará enteramente en el hemisferio oscuro; y por lo tanto, los habitantes comprendidos entre dicho paralelo y el polo no podrán ver al Sol, y tendrán una noche continuada.

4.° El semieje de la Tierra *un* está en el hemisferio iluminado, y *us* en el oscuro. Por consiguiente, los centros de los paralelos del hemisferio del norte se hallarán en la parte iluminada, y los centros de los paralelos del hemisferio del sur en la oscura. Luego en los paralelos del norte será el arco iluminado mayor que el oscuro, y lo contrario sucederá en el del sur (*Geom.* 123). De esto resulta, que para los habitantes del norte será el dia mayor que la noche, y para los del sur será la noche mayor qne el dia.

482 Dichas diferencias irán aumentando al paso que la Tierra (*figura* 23) camina hácia el punto solsticial *i*. El 21 de Junio de halla la Tierra en el punto de Capricornio *i*. El Sol *s* se verá en el primer punto de Cáncer *V*, y empezará la estacion que llamamos *estío* ó *verano*. El ángulo *Ise* será el máximo (*art.* 258): esto es, que la declinacion del Sol será de 23°..... 28′ septentrional.

1.° La Tierra estará iluminada segun se representa en la figura 26. El círculo racional de iluminacion será *bp* y *h* su polo.

2.° Por ser $qh = nb = ps$ (*art.* 70 *núm.* 5.°) resultará que toda la zona fria septentrional estará iluminada, y toda la zona fria meridional oscura. Luego dicho dia 21 de Junio los habitantes del círculo polar

ártico no perderán al Sol de vista, y los del antártico no lo descubrirán: esto es, que los primeros tendrán un dia y los segundos una noche, de 24 horas.

3.° Los centros de los paralelos septentrionales (que se hallan en el semieje *un*) estarán á la mayor distancia posible del plano del máximo de iluminacion *bp*, hácia la parte iluminada; y los centros de los paralelos meridionales (que se hallan en el semieje *us*) estarán á la mayor distancia posible del plano del máximo de iluminacion *bp*, hácia la parte oscura. Por esta razon, el dia en que el Sol se ve en Cáncer será el mayor del año para los habitantes del hemisferio del norte, y el menor para los habitantes del hemisferio del sur.

4.° Los habitantes del trópico de Cáncer *mh* tendrán al Sol *A* sobre su cabeza á medio dia.

483 El 23 de Setiembre (*fig.* 23) llega la Tierra al punto equinoccial *a*, correspondiente al primer punto de Aries *A*. El Sol *s* se verá en el primer punto de Libra *L*, y empezará la estacion que llamamos *otoño*.

La declinacion del Sol será cero; y por lo tanto, el polo de iluminacion estará en la equinoccial terrestre, el círculo racional de iluminacion será un meridiano; y se repetirán los mismos fenómenos que el dia de la primavera (*art.* 480), segun se ve en la figura 27.

484 Al dia siguiente se hallará la Tierra en *o* (*fig.* 23), y el Sol se verá en *T*, con unos 22′ de declinacion meridional.

1.° La Tierra se hallará iluminada como manifiesta la figura 28: esto es, que el máximo de iluminacion será *it*.

2.° La figura 28 manifiesta, que los habitantes de la Tierra se hallan, respecto del círculo de iluminacion *it*, en una posicion inversa de aquella en que se hallaban el dia siguiente al principio de la primavera (*art.* 481). Por lo tanto, los habitantes de la zona fria meridional, distante 22′ del polo, ya no perderán al Sol de vista; y los habitantes de la zona fria septentrional, distantes 22′ del polo, no verán al Sol.

3.° El dia será mayor que la noche para los habitantes del hemisferio del sur, y lo contrario les sucederá á los del norte.

485 Dichas diferencias irán aumentando hasta el 21 de Diciembre. Dicho dia llega la Tierra al punto solsticial *v* (*fig.* 23), que corresponde al primer punto de Cáncer. El Sol se verá en el primer punto de Capricornio *I*; y empezará la estacion que llamamos *invierno*.

1.° La Tierra se hallará iluminada como manifiesta la figura 29: esto es, que el máximo de iluminacion será *bp*, y *c* su polo.

2.° Toda la zona fria meridional estará iluminada, y toda la fria septentrional oscura.

3.° Dicho dia será el mayor del año para los habitantes del hemisferio del sur, y el menor para los del norte.

4.° Los habitantes del trópico de Capricornio *cg* tendrán al Sol *A* sobre su cabeza á medio dia.

486 Las diferencias de los dias y las noches van disminuyendo, has-

ta que la Tierra vuelve al primer punto de Libra, y el Sol se ve otra vez en el de Aries, y entonces se repiten los fenómenos de las estaciones en los mismos términos, y se dice que ha pasado *un año trópico.*

487 De todo lo expuesto (*art.* 480 *á* 486) se deduce, que los caracteres que distinguen las estaciones son los siguientes.

1.° La primavera (que es la primera estacion templada) empieza cuando la declinacion del Sol es cero, en su paso de meridional á septentrional, y el primer dia artificial de la primavera es igual á su noche para todos los habitantes de la Tierra.

2.° El estío (que es la estacion de los calores para los habitantes del hemisferio septentrional, y la de los frios para los del hemisferio meridional) empieza cuando el Sol tiene su máxima declinacion norte. El primer dia artificial del estío es el mayor del año, y su noche la menor para todos los habitantes del hemisferio boreal; y lo contrario se verifica en el hemisferio austral.

3.° El otoño (que es la segunda estacion templada) empieza cuando la declinacion del Sol es cero, en su paso de septentrional á meridional, y el primer dia artificial del otoño es igual á su noche para todos los habitantes de la Tierra.

4.° El invierno (que es la estacion de los frios para los habitantes del hemisferio septentrional, y la de los calores para los del meridional) empieza cuando el Sol tiene su máxima declinacion sur. El primer dia artificial del invierno es el menor del año, y su noche la mayor para todos los habitantes del hemisferio boreal; y lo contrario se verifica en el hemisferio austral.

488 Los caractéres principales en que se distinguen las cinco zonas son los siguientes:

1.° Los habitantes de las zonas frias (desde los 66°..... 32′ de latitud hasta el polo) no pierden al Sol de vista durante uno ó mas dias, cuando se halla en su hemisferio; y no lo descubren durante otro tanto tiempo, cuando se halla en el hemisferio opuesto.

2º Los de las zonas templadas (entre 23°........ 28′ y 66°....... 32′ de latitud) ven nacer y ponerse al Sol todos los dias, y al ser medio dia ven á dicho Astro hácia el polo opuesto: esto es, los de la templada septentrional hácia el sur, y los de la meridional hácia el norte.

3º Los de la zona tórrida (comprendida entre los paralelos distantes 23°....... 28′ de la equinoccial por uno y otro lado) tienen al Sol sobre su cabeza dos veces al año; y al ser medio dia unas veces lo ven hácia el lado del norte, y otras hácia el del sur.

4º Para los habitantes de la equinoccial todos los dias son iguales á las noches, porque el círculo racional de iluminacion divide á la equinoccial por mitad en todos casos (*art.* 44 *y* 45).

489 En lo dicho caben algunas diferencias, porque los rayos solares se doblan al atravesar la atmósfera terrestre; y de esto, y de ser el diámetro del Sol mucho mayor que el de la Tierra, resulta que los rayos de dicho Astro iluminan un hemisferio de nuestro globo, mas una zon a de unos 50′.

490 A mas, cuando el observador se halla elevado sobre la superficie del mar, puede descubrir al Sol antes de llegar á dicha zona.

491 Tambien hay que advertir, que algun tiempo antes de nacer el Sol se descubre la atmósfera iluminada; y lo mismo sucede durante algun tiempo despues de haberse ocultado dicho Astro.

492 Al tiempo que media entre la total oscuridad y el nacer ó ponerse el Sol se da el nombre de *crepúsculo*; y la luz de que se disfruta durante dicho tiempo se llama *luz crepuscular*. El crepúsculo que precede al nacer del Sol se llama *crepúsculo matutino*, ó *aurora*; y el que se sigue al ponerse de dicho Astro se llama *crepúsculo vespertino*, ó *de la tarde*.

493 El círculo crepuscular dista unos 18° del máximo de iluminacion, ó lo que es lo mismo, la luz crepuscular empieza ú acaba de ser perceptible cuando el Sol se halla en 18° de depresion.

De los años.

494 De los tres años solares que distinguen los Astrónomos, el mas interesante es el *año trópico* (*art.* 486), respecto á que de él dependen las estaciones.

495 El año trópico es el tiempo que media desde que el Sol (visto desde la Tierra) se halla en nna longitud cualquiera, hasta que vuelve á hallarse en la misma longitud.

496 El año trópico consta de 365 dias, 5 horas, 48′ y 50″ que vienen á ser 365 dias y un cuarto de dia, menos 11′.

497 Para los usos de la sociedad conviene empezar todos los años desde una hora determinada del dia, v. g. desde medio dia segun el uso astronómico, y desde media noche segun el eclesiástico.

498 A estos años, que constan de un número cabal de dias, se suele dar el nombre de *años civiles*.

499 El año civil, de que usamos nosotros, consta de 365 dias si es *comun*, y de 366 si es *bisiesto*.

500 Se llama *cuatrienio* al intervalo de cuatro años, y nosotros en cada cuatrienio contamos tres años comunes y un bisiesto. El dia que se añade á los años bisiestos es el 29 de Febrero.

501 Contando de este modo, se lograria que cada cuatro años empezasen las estaciones á las mismas horas, si el año trópico constase exactamente de 365 dias y un cuarto. Pero los 11′ y 10″ que hay de pico, producen 44′...... 40″ de diferencia en la hora en que dan principio las estaciones cada cuatro años; y por esta razon, al cabo de 400 años las estaciones se anticiparian tres dias, dos horas y veinte y siete minutos, si no se enmendase la cuenta, omitiendo tres bisiestos cada 400 años. Esta es la razon por qué se ha hecho comun el año 1800, que debia haber sido bisiesto segun la regla general (*art.* 500); y se ejecutará lo mismo con el año 1900.

502 Por *época* se entiende un acaecimiento muy notable, desde el cual se empiezan á contar los años.

503 El primer año de nuestra época (que es el nacimiento de nuestro Señor Jesucristo) fue primero despues

de bisiesto. El segundo fue segundo despues de bisiesto &c.

504 *Corolario.* Esta es la razon por que partiendo un año cualquiera de nuestra época por 4, dicho año será bisiesto, primero, segundo, ó tercero despues de bisiesto, segun que el residuo sea 0, 1, 2 ó 3.

505 *Corolario.* Respecto á que los millares y centenas son divisibles exactamente por 4, basta partir por 4 las decenas y unidades del año propuesto, para que el residuo 0, 1, 2 ó 3 indique si dicho año es bisiesto, 1°, 2° ó 3° despues de bisiesto.

506 V. g. las decenas y unidades del año 1803 son 03, que partidas por 4 dan 3 de residuo; y por lo tanto dicho año será 3.° despues de bisiesto. Las decenas y unidades de 1816 son 16, que partidas por 4 dan cero de residuo; y por lo tanto dicho año será bisiesto.

507 En los mismos principios se funda la resolucion de los dos problemas siguientes.

Problema I. Dados dos años *A* y *P* del presente siglo, hallar los bisiestos que han mediado entre ellos.

Resolucion. Pártanse por 4 las decenas y unidades de los años *A* y *P*, sin hacer caso de los residuos; y la diferencia de los cuocientes manifestará el número *b* de bisiestos que han mediado entre los años *A* y *P*.

508 *Problema II.* Determinar la correccion *c*, que debe aplicarse á la hora de un año de este siglo para obtener la correspondiente de otro año anterior del mismo siglo.

Resolucion. Sea *P* el año propuesto, *A* el anterior, *n* el número de años y *b* el de bisiestos que han mediado entre los años *A* y *P*; y será la correccion $c = (n - 4\times b)\times - (6^{h} - 11')\times n$, que se aplicará á la hora propuesta del año *P* segun la regla de los signos (*Arit.* 88).

Cuando el dia sea anterior al 29 de Febrero, se debe agregar una unidad á *b*, si el año anterior *A* es bisiesto; y se debe restar una unidad de *b*, si es bisiesto el año posterior *P*. Por consiguiente, nada habrá que sumar ni restar á *b* si en dicho caso son bisiestos los años *A* y *P*.

509 *Corolario.* Si entre los años *A* y *P* han mediado tantos bisiestos como cuatroienios: esto es, si dichos años son ambos bisiestos ó primeros, segundos ó terceros despues de bisiesto, la correccion se reduce á $c = + 11'\times n$, que equivale á $c = + 44'\times b$.

La razon de esto es, que en tal caso, el factor de la primera parte de la correcion $(n - 4\times b)$ es cero.

510 *Aplicacion.* Si un Navegante no tiene el almanaque náutico del año P en que se halla, y sí el de un año *A* de este siglo, puede servirse de dicho almanaque para determinar la longitud, ascension recta y declinacion del Sol, ó la ecuacion del tiempo, empleando en vez de la hora

reducida r (*art.* 424) su correspondiente del año A, determinada segun se acaba de manifestar (*art.* 508 y 509) (*).

511 Al cabo de cien años cabe el error de 1′ en la declinacion calculada por esta regla, porque en ella se prescinde de las perturbaciones (*art.* 141).

512 *Egemplos.* 1.º Si $A=1803$; $P=1816$; será $n=13$; $b=4$; y $c=(13-4\times4)\times-(6^h-11')\times13=-3\times-(6^h-11')\times13=+20^h$... 23′. Sumando esta cantidad á las horas reducidas del año 1816, resultarán sus correspondientes de 1803.

2.º Si $A=1805$; $P=1814$; será $b=2$; $n=9$: y $c=-6^h-1^h$.... $39'=-4^h$.... 21′, que se deben quitar á las de 1814 para obtener las correspondientes de 1805.

3.º Si $A=1805$; $P=1813$; ambos años serán primeros despues de bisiesto; $n=8$; y $c=+11'\times8=+1^h$.... 28′.

CAPITULO VIII.

DE LA LUNA.

513 Para la explicacion de los fenómenos que resultan del movimiento de la Luna nos valdremos de la misma figura 30, con la diferencia de que ahora el círculo *actuza* (que está en el plano de proyeccion) representa la órbita de la Tierra. Los círculos *MDFNM*, *mdfnm* &c. representan la órbita de la Luna en sus diferentes posiciones, de suerte que *DN*, *dn* &c. es la línea de los nodos (que se mantiene paralela á sí misma con corta diferencia), y la parte *NMD* se debe considerar elevada, y la *NFD* depresa, respecto del plano de la eclíptica (que es el del papel) formando con él un ángulo de unos 5°. En las demas posiciones *c*, *t* &c. se han representado las partes elevada y depresa con las mismas letras que en la primera posicion *a*.

514 El círculo menor, concéntrico á la órbita de la Luna, representa la Tierra en sus diferentes lugares. Los circulitos *M*, *D* &c. representan la Luna en los diferentes puntos de su órbita; y para la primera explicacion prescindiremos del movimiento de la Tierra.

(*) Cuando se trata de la declinacion ó ascension del Sol, se resuelve el problema con mas exactitud por las tablas XXIX y XXX de Mendoza.

515 Esto supuesto, al tiempo de la conjuncion se halla la Luna en *M*. Su hemisferio iluminado mira hácia el Sol *s*, y el oscuro hácia la Tierra *a*. Por esto, y por el mucho brillo del Sol, no se puede ver la Luna cuando se halla muy inmediata á dicho Astro.

516 Al llegar la Luna á la cuadratura *D* pasa por el centro de la Tierra *a* el canto del círculo de iluminacion, y por lo tanto, el observador verá iluminada la mitad del hemisferio visible, bajo la figura de un semicírculo.

517 Al llegar la Luna á la oposicion *F* se presenta de cara al observador *a* la parte iluminada, que se verá de figura circular.

518 Cuando se halla la Luna en la cuadratura en *N*, vuelve á presentarse de canto el círculo de iluminacion, y la Luna se ve otra vez como un semicírculo, lo mismo que al hallarse en *D*.

519 A las diferentes apariencias de la parte iluminada de la Luna, vista de la Tierra, se da el nombre de *fases de la Luna*.

520 Las cuatro principales son las que nos presenta en los cuatro puntos indicados. Es á saber.

1º *El novilunio*, ó *Luna nueva*, en *M*.

2º *El primer cuarto*, ó *cuarto creciente*, en *D*.

3º *El plenilunio*, ó *Luna llena*, en *F*.

4º *El último cuarto*, ó *cuarto menguante*, en *N*.

521 A las otras cuatro fases intermedias llaman los Astrónomos *octantes*.

522 Si la Luna fuese un círculo, cuyo plano se nos presentase con mas ó menos oblicuidad, siempre se veria como una eclipse perfecta mas ó menos excéntrica, que degeneraria en círculo en el plenilunio. Por consiguiente, las fases de la Luna prueban que la parte de dicho Astro que cae hácia la Tierra es sensiblemente esférica, y no plana, como aparece á primera vista.

523 Al tiempo del novilunio *M* (*fig. 30*) se verá desde la Luna *M* la Tierra *a* enteramente iluminada, como nosotros vemos á la Luna en el plenilunio.

524 En las cuadraturas *D* y *N* se verá la Tierra desde la Luna como nosotros vemos á la Luna en igual caso: esto es, como un semicírculo

iluminado. Finalmeute, en el plenilunio *F* se verá desde la Luna la parte oscura de la Tierra.

525 Por esta razon, la parte de la Luna que no recibe luz directa del Sol, se distingue muy bien al fin del crepúsculo vespertino, y al principio de la aurora, en las inmediaciones á la conjuncion.

En las demas posiciones la ofusca la luz del Sol, ó la que nos envia la parte mas iluminada.

526 En la superficie de la Luna se ven constantemente algunas manchas, las mayores á la simple vista, y las menores con el auxilio de los telescopios. A dichas manchas se da el nombre de *mares de la Luna*, aunque no está demostrado que lo sean.

527 Pero no hay duda en que la Luna tiene montes elevadísimos. No pueden ser otra cosa los puntos iluminados que se descubren siempre en las inmediaciones del círculo de iluminacion hácia la parte oscura.

528 Se llaman *cuernos de la Luna* los vértices de los dos ángulos esféricos distantes un semicírculo, que forma su círculo de iluminacion con el círculo terminador del hemisferio visible desde la Tierra.

529 El círculo máximo de la Luna, que tiene sus polos en los cuernos (prolongado indefinidamente), determina el plano de la eclíptica, al poco mas ó menos.

530 Pasaremos á decir alguna cosa sobre los eclipses.

1º Si la Luna cubre el todo ó parte del Sol á algunos habitantes de la Tierra, se dice que hay *eclipse de Sol, total* ó *parcial*, para dichos habitantes.

Si la recta que va de un habitante al centro del Sol pasa por el centro de la Luna, el eclipse se llama *central.*

Si por estar la Luna en las inmediaciones del apogeo (*art.* 178 *y* 179), y la Tierra en las cercanías del perihelio, se descubre al rededor de la Luna una porcion de Sol en forma de corona ó anillo luminoso (*), se llama el eclipse *anular.*

2º Cuando la sombra de la Tierra cubre el todo ó parte de la Luna, se dice que hay *eclipse, total* ó *parcial, de Luna*, para los habitantes que la ven en dicho caso.

Si los centros del Sol, de la Tierra y de la Luna es-

(*) En dichas circunstancias el diàmetro de la Luna es menor que el del Sol; y lo contrario sucede cuando se halla la Luna en el perigeo, segun se manifestará mas adelante (*art.* 646 y 650).

tan en línea recta, el eclipse de Luna se llama *central.*

3.° En general, cuando se dice *eclipse invisible* se entiende que no hay eclipse para los habitantes de que se trata, aunque lo hay para otros. Asi, un eclipse invisible en Madrid puede ser visible en la Habana.

4.° Para los eclipses se consideran divididos los diámetros del Sol y Luna en doce partes, que se llaman *dígitos*; y cada dígito se subdivide en 60′. Asi, cuando el eclipse pasa de seis dígitos, llega á verse cubierto el centro del Astro eclipsado.

5.° Es evidente que no puede haber eclipse de Sol sino en las inmediaciones de un novilunio, ni de Luna sino en las inmediaciones de un plenilunio.

531 Como la porcion (*fig.* 30) *NMD* de la órbita lunar está elevada, y la *DFN* depresa (*art.* 167 *y* 174) al hallarse la Luna en *M* (al tiempo del novilunio) desde cualquiera punto de la Tierra *a* se descubre todo el Sol *s* por debajo de la Luna *M*; y al hallarse la Luna en *F* (al tiempo del plenilunio) pasará la sombra de la Tierra *a* por encima de la Luna *F*. Cuando la Tierra se halla en *u*, al tiempo del novilunio en *f″*, desde cualquier punto de la Tierra *u* se descubrirá todo el Sol *s* por encima de la Luna *f″*; y al tiempo del plenilunio en *m″*, pasa la sombra de la Tierra *u* por debajo de la Luna *m″*. Luego no podrá haber eclipse cuando se halla la Tierra en dichos puntos. Esto es, que

532 No puede haber eclipse de Sol ni de Luna cuando suceden los novilunios y plenilunios en los límites (*art.* 169 *y* 170).

533 Si se halla la Tierra en *t*, al tiempo del novilunio estará la Luna en el nodo descendente *a′*: esto es, en el plano del papel (que es el de la eclíptica); y por lo tanto, cubrirá al Sol *s* á algunos habitantes de la Tierra *t*; y habrá eclipse de Sol.

534 Al tiempo del plenilunio estará la Luna en el nodo ascendente *n′*, y la sombra de la Tierra *t* la cubrirá; y habrá eclipse de Luna para todos los habitantes que la tienen sobre el horizonte.

535 Lo mismo sucederá al hallarse la Tierra en *z*. Esto manifiesta que

536 Para que haya eclipse debe hallarse la Tierra, con corta diferencia, en la misma longitud que los nodos de la Luna.

537 Si la luz caminase en línea recta, en los eclipses totales se hallaria la Luna sumergida en la sombra cónica perfectamente oscura de la Tierra. Los rayos solares, que se tuercen al atravesar la atmósfera terrestre, iluminan á la Luna con una luz muy débil; y esta es la razon por qué dicho Astro no desaparece enteramente.

538 Por *mes lunar sinódico ó lunacion*, se entiende el tiempo que media entre dos novilunios sucesivos.

539 Los meses lunares son muy desiguales, y la duracion media del mes sinódico es de 29'5306 dias.

540 Se suele dar el nombre de *edad de la Luna* á los dias del mes lunar.

Por lo tanto, si fuese uniforme el movimiento de dicho Astro, el cuarto creciente sucederia cuando la edad de la Luna es 7'38: el plenilunio cuando la edad de la Luna es 14'76: el cuarto menguante cuando la edad es 22'15: y el novilunio cuando la edad es 29'53 respecto del mes que finaliza, y cero respecto del que empieza.

541 Los pasos de la Luna por el meridiano se van retardando, hasta que al cabo de una lunacion se retardan 24 horas; y por lo tanto vuelven á coincidir los pasos del Sol y de la Luna.

542 Respecto á que al cabo de un mes sinódico la Luna pasa por el meridiano una vez menos que el Sol, dichos meses constarán de 28'53 dias lunares: esto es, de 28'53 pasos de la Luna por el meridiano.

543 Por consiguiente, los pasos sucesivos de la Luna por el meridiano se retardarán $\frac{24}{28'53}$ horas, que vienen á ser 50'5. Esto es, que

544 Los pasos sucesivos de la Luna por el mismo meridiano se retardan poco mas de $\frac{5}{6}$ de hora, á que corresponden unos 2' por hora.

545 En los almanaques náuticos se suelen expresar las horas de los pasos de la Luna por el meridiano del almanaque; y se puede hallar la hora de su paso por otro meridiano, con diferencia de pocos minutos (*), aplicando á la hora del paso por el del almanaque una correccion de 2' por cada hora de diferencia de longitud (*art.* 544).

546 Dicha correccion debe ser aditiva si el observador se halla al oeste, y subtractiva si se halla al este del meridiano del almanaque.

547 Lo mas exacto es el determinar dicha correccion diciendo, 24 son á la diferencia entre los dos pasos sucesivos por el meridiano del almanaque, como la

(*) El error puede llegar á 1' por cada dos horas de diferencia en longitud.

diferencia de longitud (expresada en horas y décimos) es á la correccion (*). Si el observador se halla al oeste, se debe tomar la diferencia entre los pasos de aquel dia y el siguiente; y si está al este, se debe tomar la diferencia entre los pasos de aquel dia y el antecedente. La correccion que resulta se aplica en ambos casos á la hora del paso de aquel dia segun lo dicho (*art.* 546).

548 Conocida la hora astronómica del paso de la Luna por el meridiano superior de un lugar, se puede determinar la hora de su paso antecedente ó siguiente por el meridiano inferior de dicho lugar, aplicando á la hora del paso superior la correccion de 12^h...... 25′ (*art.* 543) subtractiva en el primer caso, y aditiva en el segundo.

549 Lo mas exacto es aplicar la correccion de doce horas, mas la mitad de la diferencia efectiva entre los dos pasos sucesivos de la Luna por el meridiano superior.

550 En todo lo dicho hay mucha desigualdad; y todavía es mayor la que resulta en las horas del nacer y ponerse de la Luna.

551 En latitudes crecidas hay casos en que la Luna nace dos dias seguidos á la misma hora, y casos en que difieren hora y media las horas del nacer de dicho Astro en dos dias consecutivos.

De las mareas.

552 En la Astronomía física se demuestra que las atracciones de la Luna y del Sol producen las *mareas*, y que la Luna influye mucho mas que el Sol en este fenómeno interesante para la práctica de la Navegacion.

553 Por *mareas* se entienden las elevaciones y depresiones de las aguas del mar, que se suceden segun un orden regular y constante.

554 La mayor elevacion de las aguas se llama *pleamar*, y la mayor depresion se denomina *bajamar*.

(*) Tambien se puede decir, 360° son á la diferencia entre los dos pasos, como la diferencia de longitud en grados es al cuarto termino.

555 Tambien se llama *flujo* ó *marea entrante* al movimiento de las aguas que se elevan; y *reflujo*, *marea saliente* ó *vaciante* al movimiento de las aguas que bajan.

556 Entre una pleamar y su inmediata median unas 12 horas mas 25′, que es el tiempo que trascurre desde el paso de la Luna por el meridiano superior de un lugar, hasta su paso por el inferior (*art.* 548).

557 Entre la pleamar y bajamar median unas 6 horas 13′, que es la mitad del tiempo que trascurre entre los pasos sucesivos de la Luna por los meridianos superior é inferior.

558 Pero en todo esto hay diferencias en mas y en menos, que dependen de las desigualdades del movimiento de la Luna, de su distancia directa á la Tierra, y de su posicion respecto del Sol.

559 Los vientos, segun su fuerza, direccion y duracion, ocasionan unas elevaciones y depresiones irregulares de las aguas del mar, que á veces dificultan el conocimiento de las verdaderas mareas (ó *mareas lunares*), y no deben confundirse con ellas.

560 La cantidad de las mareas lunares depende de la extension de los mares, de su profundidad, y de la extension y figura de los canales de comunicacion de la mar ancha, con la que baña las costas.

561 Las mareas del Mediterráneo son insensibles; y las que se experimentan en las Islas Antillas son de corta consideracion. En Cádiz suele pasar de diez pies lo que las aguas de la pleamar se elevan sobre las de la bajamar, y todavía son mayores las elevaciones que se notan en las costas septentrionales de España y Francia. En S. Maló se elevan mas de 50 pies las aguas de la pleamar.

562 Las mayores mareas son las que se siguen á los sizigios (*art.* 226); y todavía son mas considerables cuando dichas fases suceden al tiempo de hallarse la Luna en las inmediaciones del perigeo, y la Tierra en las inmediaciones del perihelio.

563 La hora de la pleamar en lo interior de una

Bahía es posterior á la hora de la pleamar en su entrada, y esta es posterior á la hora en que se verifica el mismo fenomeno en alta mar, y se puede suponer que dichas diferencias son las mismas en todos casos.

564 Por *establecimiento de un puerto* se entiende la diferencia constante que hay entre la hora á que se verifica la pleamar en dicho puerto, y la hora á que debe verificarse en alta mar, segun unas tablas que sirven para predecir las horas de las mareas, con toda la aproximacion que se necesita en la práctica.

565 Conviene advertir, que las aguas suben y bajan con mucha lentitud en las inmediaciones de la pleamar y bajamar, y ascienden y descienden con rapidez en los intermedios. En una palabra, las aguas estan *sensiblemente paradas* poco antes y poco despues de las verdaderas pleamar y bajamar; y en dicho caso se suelen notar algunas subidas y bajadas, ocasionadas por el movimiento de las olas.

566 Para determinar el establecimiento de un puerto se observa la hora de la pleamar; y su diferencia con la calculada por las tablas es el establecimiento.

567 Si se sabe la hora del paso de la Luna por el meridiano superior ó inferior del observador (*art.* 545 *á* 550) se puede determinar la hora de la marea, con suficiente aproximacion para la práctica, sumando dicha hora con el establecimiento del puerto, y aplicando al resultado la correccion adictiva ó sustractiva que manifiesta la tablilla siguiente.

Horas de los pasos	0	½	1	1½	2	2½	3	3½	4	5
Correccion sustractiva en minutos	0	8	17	26	35	43	50	57	64	71
Diferencia por cada 10	2'7	3'0	3'0	3'0	2'7	2'3	2'3	2'3	1'2	

Pasos	5	6	6¼	6½	6¾	7	7¼	7½	7¾	8
Correc. sust.	71	65	59	52	45	36	27	18	9	0
Dif. por 10	1'0	4'0	4'7	4'7	6'0	6'0	6'0	6'0	6'0	

Pasos	8	8¼	8½	8¾	9	10	10½	11	11½	12
Correc. adit.	0	7	14	20	22	24	20	14	8	0
Dif. por 10'	4'7	4'7	4'0	1'3	0'3	1'3	2'0	2'0	2'0	

Conviene advertir que la gran diferencia que se hallará algunas veces entre las horas de las mareas calculadas por este método y por el de las

fases, depende de que en el de las fases se supone que el movimiento de la Luna en ascension es el mismo cuando son las mismas sus posiciones respecto del Sol; y dicha falsa suposicion puede producir mas de 30′ de error en las horas de las mareas. Los ejemplos propuestos á continuacion se hallan en el caso en que el método de las fases debe dar unos resultados muy erróneos por defecto, y en los dias inmediatos al primer Plenilunio de Diciembre del mismo año 1800 seria el error muy despreciable, porque el movimiento efectivo de la Luna en ascension recta difiere poco del movimiento medio en dichas circunstancias.

Tambien hay que advertir que los que empleen la tabla de Bernoulli, tal cual se halla en varias obras clásicas, cometerán veinte ó mas minutos de error en la determinacion de las mareas, si toman como establecimiento la hora á que se verifica la pleamar en los dias del Novilunio y Plinilunio. Para evitar equivocaciones se han rebajado unos 23′ de los números de dicha tabla, y con esto queda reducida al caso de tomarse por establecimiento la hora de la marea en los dias en que se verifiquen los sicigios de la Luna en las inmediaciones de su paso por cualquiera de los dos meridianos superior ó inferior, respecto á que esto es lo que generalmente entienden por establecimiento los marinos.

Ejemplo 1.° Se quieren determinar las horas de las mareas correspondientes al dia 10 de Junio de 1800 en las puercas de Cádiz, cuyo establecimiento se supone de 1ʰ.... 15′.

Paso de la Luna el 9 á las	14ʰ	53′
Paso el 10 á las	15	51
Retardo diario efectivo	00	58
Semiretardo efectivo	00	29
En tiempo civil es el paso superior á las	2ʰ	53′ de la mañana del 10.
Establecimiento	+ 1	15
Suma	4	08
Correccion sustractiva (*art.* 567)	—	48
La pleamar á las	3	20 de la mañana del 10.
Agregando (*art.* 557)	6	13
Bajamar á las	9	33 de la mañana del 10.

Paso superior de la Luna á las	2ʰ	53 de la mañana del 10.
Semiretardo diario efectivo (*art.* 549)	+	29
Paso inferior á las	3	22 de la tarde del 10.
Establecimiento	+ 1	15

Suma.. 4 37
Correccion sustractiva (*art.* 567)........................ — 55

Pleamar á las.. 3 ..... 42 de la tarde del 10.
Agregando (*art.* 557)........................ 6 13

Bajamar á las.. 9 ..... 55 de la noche del 10.

Ejemplo 2.° Determinar las horas de las mareas correspondientes al 6 de Junio de 1800 en el puerto de la Soledad de las Islas Maluinas, cuyo establecimiento se supone de 5 horas.

Paso de la ☾ por Cádiz el 5 á las........................ 10^h ..... 35′
Paso el 6 á las.. 11 38

Retardo diario.. 1 03
Semiretardo efectivo.. 0 31

Paso superior por Cádiz á las........................ 10^h ..... 35 de la noche del dia 5.
Retardo por unas 3½ horas de diferencia de longitud occidental (*art.* 547)........................ + 9

Paso superior por Maluinas á las........................ 10 ..... 44 de la noche del 5.
Establecimiento.. + 5 00
Correccion aditiva (*art.* 567)........................ + 0 17

La pleamar á las.. 16 1
Esto es, á las.. 4 ..... 1 de la mañana del dia 6, cuenta civil.
Agregando (*art.* 557)........................ 6 13

Bajamar á las.. 10 ..... 14 de la mañana del 6.

Paso superior por Maluinas á las........................ 10 ..... 44 de la noche del 5.
Semiretardo diario (*art.* 549)........................ + 31

Paso inferior siguiente á las........................ 11 ..... 15 de la mañana del dia 6.
Establecimiento.. 5 00
Correccion aditiva (*art.* 567)........................ 11

Pleamar á las.. 16 26
Esto es, á las.. 4 ..... 26 de la tarde del 6.
Agregando (*art.* 557)........................ 6 13

Bajamar á las.. 10 ..... 39 de la noche del dia 6.

Conviene que los Maestros propongan muchos ejemplos de este problema, y que manifiesten á los Discípulos su importancia, explicándoles la aplicacion que tiene para determinar las horas mas propias para las entradas y salidas de los puertos, y para atravesar sin riesgo las sondas poco profundas, en los parages en que las mareas son de alguna consideracion.

568 Se tendrá presente que en la determinacion de las mareas el error de un cuarto de hora es despreciable para la práctica de la Navegacion.

569 Se comprenderá sin dificultad el uso que puede hacerse de la tablilla para determinar el establecimiento de un puerto.

CAPITULO IX.

DE LAS CORRECCIONES QUE DEBEN APLICARSE A LAS ALTURAS DE LOS ASTROS.

570 El plano que resulta de la union de todas las líneas horizontales: esto es, el plano que pasando por el ojo del observador es perpendicular á la vertical, se denomina *horizonte sensible* ó *aparente*.

V. g. *h'h* (*fig.* 31) es el horizonte sensible del observador *o*.

571 *Corolario* El horizonte sensible es paralelo al racional (*art.* 325 *y Geom* 403); y dista de él un radio de la Tierra mas la elevacion del ojo del observador.

572 Todas las rectas que saliendo del ojo del observador son tangentes á la superficie de la mar, forman una superficie conica, que se llama *horizonte de la mar*.

V. g. en la figura 31 es *MoT* el horizonte de la mar del observador colocado en *o*.

573 *Corolario.* El horizonte de la mar resulta de la revolucion del triángulo rectángulo *cou* alrededor de la vertical *cz* (*fig.* 31).

574 La vertical es el eje del cono, y la hipotenusa *ou*, que se supone prolongada indefinidamente, produce el horizonte.

575 *Corolario.* Si los rayos de luz siguiesen una línea recta, el observador, rodeado de mar por todos lados, descubriria los Astros colocados hácia la parte superior del horizonte de la mar: esto es, en la parte exterior del cono, y no podria verlos colocados en la parte inferior del horizonte de la mar: esto es, en la parte interior del cono que lo determina.

576 *Corolario.* Cuando el ojo del observador se halla colocado en la misma superficie del mar *e* (*fig.* 31),

los horizontes sensible y de la mar degeneran en un plano *bd*, tangente á la superficie del globo terráqueo en el punto en que se halla el ojo del observador.

577 Por *altura de un Astro sobre el horizonte sensible* se entiende el ángulo que la recta tirada del ojo del observador al Astro forma con dicho horizonte.

V. g. Si *a* (*fig.* 31) es el Astro, y *o* el observador, la altura sobre el horizonte sensible será *aoh*.

578 *Corolario.* El ángulo que forma con la vertical la línea tirada del observador al Astro es el complemento de la altura aparente de dicho Astro sobre el horizonte sensible (*Geom.* 395 *núm.* 2.°).

Esto es, que *aoz* (*fig.* 31) será el complemento de la altura aparente del Astro *a* sobre el horizonte sensible *h'h*.

579 En rigor *aoz* (*fig.* 31) excede á *aez* en el ángulo *eao* (*Geom.* 245). Dicho ángulo *eao* vale menos de un segundo, aunque el Astro *a* sea la Luna en su mayor proximidad á la Tierra, y *eo* de nueve cables.

580 *Corolario.* Las alturas de los Astros sobre el horizonte sensible, observadas desde la superficie del mar y desde una elevacion que no pasa de nueve cables, son sensiblemente iguales.

581 Por *altura de un Astro sobre el horizonte de la mar* se entiende el ángulo que la recta tirada del ojo del observador al Astro forma con la tangente á la superficie de la mar que se halla en el círculo vertical de dicho Astro.

Si el Astro es *a* (*fig.* 31) y *o* el ojo del observador, *aoT* será la altura sobre el horizonte de la mar.

582 Por *limbo* ó *márgen* de un Astro se entiende la circunferencia del círculo que divide su parte anterior de la posterior: esto es, la circunferencia que resulta de la reunion de los puntos en que las rectas que salen del ojo del observador son tangentes á la superficie esférica del Astro.

583 Por *semidiámetro* de un Astro se entiende el angular: esto es, el ángulo que forman entre sí dos rectas que salen del ojo del observador, y pasan por el centro y limbo del Astro.

Si *o* (*fig.* 37) es el ojo del observador, y *manp* la seccion del Astro por un plano que pasa por *o* y por su centro *c*, los ángulos *moa*, *noa* serán los semidiámetros del Astro.

584 El semidiámetro de un Astro se llama *central* cuando se supone visto desde el centro de la Tierra: *horizontal* cuando el observador ve al Astro en su horizonte; y de *altura* cuando el Astro está elevado sobre el horizonte del observador.

585 Establecido esto, todo lo relativo á las correcciones que deben aplicarse á las alturas observadas de los Astros, se puede explicar sobre las figuras 32 y 33. En dichas figuras *c* representa el centro de la Tierra, *rxf* una seccion de su superficie hecha por el vertical del Astro *a*; y *iunκ* la extremidad de la atmósfera, que se considera dividida en varias capas concéntricas comprendidas entre los arcos *iκ*, *zl* &c. La capa primera es sumamente rara, y las demas van aumentando de densidad al paso que se acercan á la Tierra. El círculo *sem* representa una seccion del Astro hecha por el mismo vertical; *o* el ojo del observador; *z* su zenit; *cfH* el horizonte verdadero; *oph* el aparente; y *ot* el de la mar.

586 El rayo de luz *mn* (*fig.* 32) (que en el caso de no mudar de direccion iria á parar al ojo del observador *o*) al llegar á la primera capa de la atmósfera en *n* empieza á desviarse (*art.* 15) y sigue desviándose mas y mas al paso que atraviesa capas mas densas, describiendo la curva *nx*. Por esta razon, el observador *o* no podrá ver el limbo *m* por medio de dicho rayo de luz *mnx*.

587 Otro rayo *mu* (que en el caso de no mudar de direccion llegaria á *d*, pasando por encima del ojo del observador *o*) describe, por lo dicho, la curva *uo*; y por lo tanto, el observador *o* verá el punto *m* en la direccion *om'* de la tangente á la curva *uo*.

588 De esto se sigue que el observador *o* verá el limbo inferior del Astro en *m'*; y para observar su altura en la mar se mide el ángulo *m'ot* que forma la recta *om'* tirada á dicho limbo con la *ot* tangente á la superficie

de la mar. Como la altura verdadera (*art.* 352) es el ángulo *acH*, es evidente que para reducir la altura aparente *m'ot* á verdadera será menester aplicarle las correcciones siguientes.

1.° De *m'ot* se resta *hot* (que se llama *depresion de horizonte*), y resulta *m'oh*, que es la altura aparente del limbo inferior sobre el horizonte sensible.

2.° De *m'oh* se resta *m'om* (que se llama *refraccion astronómica*), y resulta *moh*.

3.° Al ángulo *moh*, interno del triángulo *mop*, se le agrega el otro interno *omc* (que se llama *paralaje de altura*), y resulta el ángulo externo del triángulo *mph* (*Geom.* 244). Este es igual á su correspondiente *mcH* (*Geom.* 404).

4.° Al ángulo *mcH* se le suma el ángulo *mca* (que es el *semidiámetro central*; y el resultado es la altura verdadera *acH*.

589 Si se hubiese observado la altura del limbo superior: esto es, el ángulo que forma la *ot* con la recta que va de *o* á *s'*, para acomodar la figura á este caso debian salir de *s* las líneas que se han tirado desde *m*; y es evidente que las correcciones deberian aplicarse del mismo modo, excepto la de semidiámetro, que seria sustractiva, para reducir el ángulo formado por la *cH* y la recta que va de *c* á *s*, al *acH*.

590 Como el disminuir un ángulo equivale á aumentar su complemento &c. si se aplican las correcciones al complemento de la altura, las aditivas se volverán sustractivas y al contrario.

591 Si la altura verdadera *acH* se quiere reducir á altura aparente del limbo inferior sobre el horizonte de la mar (*m'ot*), se seguirá un órden inverso, y se aplicarán las correcciones al reves: esto es, que se empezará restando el semidiámetro *acm* &c.

592 Hay casos en que se necesita saber la distancia aparente central del Astro al zenit. Para este caso será (*fig* 33) *a* el lugar verdadero del centro, *a'* el aparen-

te, y $a'oz$ será la distancia aparente central al zenit que se determinará por el método siguiente.

1.° De la altura aparente del limbo inferior sobre el horizonte de la mar, $m'ot$, se restará la depresion de horizonte hot, y resultará la altura aparente del limbo inferior sobre el horizonte sensible $m'oh$.

2.° A $m'oh$ se le sumará $m'oa'$ (que es el *semidiámetro en altura*), y resultará la altura aparente central sobre el horizonte sensible $a'oh$.

3.° El complemento de $a'oh$ (esto es, $zoh-a'oh$) será la distancia aparente central al zenit $a'oz$.

4.° Si la altura es del limbo superior, la correccion de semidiámetro (*núm.* 2.°) es sustractiva.

5.° Despues de $a'oh$ se restará la refraccion $a'oa$, y resulta aoh.

6.° Al ángulo aoh (interno del triángulo aop) se le sumará la paralaje de altura oac, y resultará el externo $aph=acH$, que es la altura verdadera del centro; y restándola de $Hcz=90°$, se obtendrá la distancia verdadera al zenit acz, en caso necesario.

593 Si dada la altura verdadera del centro acH (*fig.* 33) se quiere hallar la distancia aparente central del Astro al zenit $a'oz$.

1.° De la altura verdadera central $acH=aph$ se restará la paralaje oac, y el resultado será aoh.

2.° A aoh se le agregará la refraccion aoa', y resultará $a'oh$, altura aparente central sobre el horizonte aparente; que restada de $hoz=90°$, dará la distancia aparente central que se pide $a'oz$.

594 Para observar las alturas en tierra usan los Astronomos del cuadrante meu (*fig.* 34) graduado de m hácia u, de suerte que en m está puesto el cero, y los 90° en u. Colocan el lado cu segun la vertical zp por medio de un aplomo, con lo que queda cm horizontal; ó bien colocan dicho lado cm horizontal por medio de un nivel. El ojo del observador recorre el limbo graduado meu para colocarse en e, de suerte que la visual eca

(que pasa por el centro *c*) se termine en el Astro *a*.

595 La altura del Astro sobre el horizonte sensible es *ach*=*mce*, cuya medida es el arco *me*. Por consiguiente, el grado que esté escrito en *e* indicará dicha altura.

596 En este caso no se corrige la altura de depresion, puesto que el observador (*fig.* 32) mide el ángulo *m'oh*.

597 El uso de los instrumentos terrestres, guarnecidos con anteojos, exige conocimientos que abultarian mucho este Tratado. Por esta razon, nos ceñiremos á advertir, que dichos instrumentos (susceptibles de mucha mas perfeccion que los marinos para las observaciones de las alturas) no se pueden usar á bordo de las embarcaciones, que rarísima vez dejan de tener algun movimiento.

598 La superficie superior de un fluido, que se halla libre y en reposo, determina la posicion de un plano horizontal Si se toman dos puntos igualmente distantes de dicha superficie, se tendrá la direccion de una línea horizontal; y se puede hacer uso de este principio para determinar el momento en que un Astro se ve en el horizonte sensible de un observador que se halla en tierra.

599 Dada la idea general de las correcciones que deben aplicarse á las alturas de los Astros, resta el especificar lo relativo á cada una de ellas.

De la depresion de horizonte..

600 La depresion de horizonte *hot* (*fig.* 35) es igual al ángulo *oct* formado por la vertical del observador y el radio de la Tierra tirado al punto del contacto por ser ambos complementos de *toc* (*Geom.* 183 *y* 241).

601 De esto se sigue que la depresion de horizonte es tambien igual al arco *rt*; ó lo que viene á ser lo mismo, á la longitud de la tangente *ot*, reducida á minutos y segundos, á razon de 1110 brazas ó diez cables por minuto (*art.* 304, 305 *y Arit.* 59), porque la diferencia entre *rt* y *ot* solo es de 1″, aun cuando la elevacion del ojo del observador *ro* es de una milla.

602 Se hace preciso atender á que la densidad de la capa de la atmósfera inmediata á la superficie de la mar es algo mayor que la densidad de la capa que está á la altura del ojo del observador. De esta diferencia de densidades resulta (*art.* 15) que los rayos de luz, en su paso de la superficie de la mar al ojo del observador, describen unas curvas Por esta razon, un rayo de luz *ueo*, que viene de un punto *u* mas allá del punto de contacto *t*. describe la curva *ueo*, y llega al ojo del observador. Este verá el último pun-

to visible de la mar *u*, en la direccion *on* de la tangente á dicha curva. Luego

603 A la depresion *hot*, calculada segun la suposicion anterior (*art.* 600), se le debe restar el ángulo *not*, que se llama *la refraccion terrestre;* y viene á ser $\frac{1}{14}$ del valor del arco *rtu*.

604 La refraccion terrestre disminuye las depresiones de horizonte, y aumenta las distancias al último punto visible de la mar; y en las mejores tablas se expresan las depresiones y distancias corregidas con la refraccion media.

605 La refraccion terrestre es susceptible de alteraciones irregulares, que pueden producir errores de mas de medio minuto en las observaciones de las alturas sobre el horizonte de la mar.

606 Tanto las depresiones de horizonte como las distancias al último punto visible de la mar aumentan al paso que aumenta la elevacion del ojo del observador sobre su superficie; y por esta razon, el dato con que se buscan dichas cantidades en las tablas es la elevacion del ojo del observador, expresada en pies, varas ú otras cualesquiera medidas absolutas.

607 Dichas elevaciones se deben contar desde el verdadero nivel (*) del vértice de las olas que se forman en las inmediaciones del último punto visible; y por esta razon, siempre que la mar está agitada, cabe mucha incertidumbre en la determinacion de las depresiones correspondientes á elevaciones pequeñas. En semejantes circunstancias conviene que el ojo del observador se halle elevado mas de quince pies sobre la superficie de la mar.

608 Tambien cabe mucha incertidumbre en las depresiones correspondientes á elevaciones de mas de cien pies, por las irregularidades de las refracciones terrestres.

609 En las observaciones que se hacen de noche, y en tiempos foscos ó calimosos, cabe mucha incertidum-

(*) Atendiendo á la pequeñez del aplanamiento de la elipsoide terrestre, se puede suponer que el verdadero nivel de un punto es la superficie esférica que pasa por dicho punto, y tiene su centro en el concurso de las verticales de los puntos que se trata de comparar.

bre por la dificultad ó imposibilidad de distinguir el verdadero horizonte de la mar. Dicha incertidumbre suele ser tanto mayor, cuanto mayor es la elevacion del ojo del observador; y por lo regular, las alturas observadas en dichas circunstancias resultarán mayores de lo que son en realidad.

De la refraccion astronómica.

610 Sobre las refracciones astronómicas (*art.* 588 *núm.* 2º) hay que advertir, que la refraccion mayor es la que tiene un Astro que se ve en el horizonte; y disminuye al paso que el Astro se ve mas elevado, hasta reducirse á cero en el zenit.

611 Por causa de la refraccion aparecen los Astros mas elevados de lo que estan en realidad; pero aparecen en el mismo plano vertical en que se hallan. Por esta razon la refraccion astronómica aumenta las alturas de los Astros, y no altera sus azimutes.

612 Hay tablas qne manifiestan las refracciones de los Astros, correspondientes á sus alturas corregidas de depresion (en caso necesario), pero sin corregir de paralaje.

613 En alturas de mas de 10° es despreciable el error que puede resultar de buscar la refraccion correspondiente á la altura no corregida de depresion.

614 Conviene tener presente, que la refraccion de un Astro que aparece en el horizonte sensible es de unos 33′ en los paises templados, de 27 en los cálidos, y tal vez pasa de 40′ en los frios.

615 La refraccion astronómica aumenta y disminuye al paso que aumenta ó disminuye la densidad de la atmósfera; y estos aumentos y disminuciones provienen de dos causas.

1º De un aumento ó disminucion en el peso de la atmósfera, que se determinan por las subidas ó bajadas del *barómetro* (*).

(*) La altura media del barómetro al nivel del mar es de 28 pulgadas de Paris; 29‘9 de Lóndres; 32‘66 de Búrgos, ó poco menos de 76 centimas ó centímetros.

2º De una disminucion ó aumento de calor, que se determinan por las bajadas ó subidas del *termómetro* (*).

616 Las variaciones de refraccion son muy sensibles cuando las alturas son pequeñas; y lo mejor es el no servirse de alturas de menos de 8° para las determinaciones delicadas.

617 Las correcciones que deben aplicarse á las refracciones medias segun el estado de la atmósfera se hallan con suma facilidad por medio de las escalas 4.ª y 5.ª de la Coleccion de escalas náuticas; y suelen despreciarse en la práctica del Pilotage.

De la Paralaje.

618 La paralaje de altura *omc* (*fig.* 32) es el ángulo formado por las dos rectas que salen de un punto del Astro, y se terminan en el ojo del observador y en el centro de la Tierra.

619 Por causa de la paralaje aparecen los Astros mas bajos de lo que estan; pero en el mismo vertical en que se hallan realmente, suponiendo que la línea vertical *zr* pasa por el centro de la Tierra. Segun esta suposicion, la paralaje no alterará el azimut de un Astro.

620 Del aplanamiento de la Tierra resulta una pequeña paralaje de azimut, que solo es perceptible en la Luna; y suele despreciarse, respecto á que rara vez llega á valer 10″.

621 La paralaje de un Astro, respecto de un observador que lo tiene en el horizonte sensible, se llama *paralaje horizontal*; y se llama *paralaje de altura* la que tiene un Astro respecto del observador que lo ve elevado.

622 Si (*fig.* 36) *S* es un Astro, *c* el centro de la Tierra, y *ham* una seccion de su superficie hecha por el plano vertical *hSc*, el observador *h* tendrá al Astro en su horizonte verdadero *cS*; el observador *b* lo tendrá en su horizonte aparente *bS*; el observador *a* lo tendrá en

(*) La graduacion media del termómetro es de 55° de Farenheit; 10° de Reaumur; y 12°5 del termómetro centígrado.

el complemento de altura aparente *Saz*, y el observador *m* lo verá en el zenit. Por consiguiente, *cSb* será la paralaje horizontal del Astro *S*, y *cSa* será su paralaje de altura.

623 La inspeccion de dicha figura 36 manifiesta que la paralaje horizontal *cSb* es la máxima, y que disminuye al paso que las alturas aumentan, hasta reducirse á cero en el zenit.

624 Interesa el averiguar la relacion que hay entre las alturas y las paralajes. Para esto,

1.° Se llamará *P* la paralaje horizontal *cSb* (*fig.* 36); *p* la paralaje de altura *cSa*; *s* el radio ó semidiámetro de la Tierra, y *a* la altura aparente cuyo complemento es *Saz*.

2.° En el triángulo *Scb*, rectángulo en *b* (*Geom.* 183) es (*Geom.* 545) Sc : cb : : R : sen. *cSb* : esto es, D : s : : R : sen. P.

3.° En el triángulo oblicuángulo *Sca* es (*Geom.* 550) Sc : ca : : sen. Sac : sen. *cSa*. Por ser el seno de *Sac* igual al de su suplemento *Saz*; y por ser *Saz* el complemento de la altura aparente del Astro respecto del observador colocado en *a*, será sen. *Sac*=sen. *Saz*=cos. *a*, y resultará Sc : ca : : cos. a : sen. *p* : esto es, D : s : : cos. *a* : sen. *p*.

4.° Esta proporcion y la del número 2.° tienen sus dos primeros términos iguales; y por lo tanto (*Arit.* 25 *y* 241) de su comparacion resultará R : cos. a : : sen. P : sen. *p*. Esto es, que

625 El radio es al coseno de la altura aparente (*) de un Astro, como el seno de su paralaje horizontal es al seno de su paralaje de altura.

626 En dicha proporcion se pueden poner las paralajes mismas en lugar de sus senos, porque los senos de los arcos muy pequeños se confunden sensiblemente con dichos arcos. Pero haciendo uso de las tablas que traen los senos de los primeros grados del cuadrante de 1″ en 1″, es mas cómodo el dejar los senos en la proporcion, cuyo cuarto término se halla con suma facilidad por lo dicho (*Geom.* 543).

627 La proporcion hallada (*art.* 624 *núm.* 3.°) D : s : : cos. a : sen. p, da (*Arit.* 251 *núm.* 1.°) $\text{sen. p}=\frac{\text{s}\times\text{cos. a}}{\text{D}}$. Esta expresion disminuye al paso que aumenta el divisor *D* (*Arit.* 127); y aumenta al paso que aumenta el factor del dividendo *s*. Esto es, que

1.° Las paralajes correspondientes á las mismas altu-

(*) Se entiende aqui por altura aparente la reducida al horizonte sensible, y corregida de refraccion. Pero en alturas de mas de 10° es corto el error que resulta de determinar la paralaje con la altura no corregida de refraccion.

ras estan en razon inversa de las distancias de los Astros al centro de la Tierra.

2º Las paralajes correspondientes á las mismas alturas estan en razon directa de los semidiámetros terrestres.

3º Respecto á que el semidiámetro de la equinoccial terrestre (*art.* 307) es el mayor de todos, las mayores paralajes serán las correspondientes á los habitantes del ecuador, que se llaman *paralajes ecuatoriales.*

4º Para reducir las paralajes ecuatoriales á las correspondientes á otro habitante *a* (*fig.* 36), es menester aplicarles una correccion sustractiva, que pende de la diferencia que hay entre los semidiámetros terrestres.

5º Si las paralajes correspondientes á los habitantes de una latitud, se han de reducir á otra latitud, mayor ó menor, se les deberá aplicar una correccion, sustractiva en el primer caso, y aditiva en el segundo.

6º No resulta mucho error de despreciar estas correcciones (*Núm.* 4º *y* 5º), que rara vez llegan á 10′ cuando se trata de la Luna; y son absolutamente imperceptibles en los demas Astros.

628 La paralaje horizontal del Sol se puede suponer constantemente de 8″8, sin error de 0″2; y hay una tabla que manifiesta las paralajes de dicho Astro correspondientes á sus alturas.

629 La paralaje ecuatorial de la Luna (*art.* 627 *núm.* 3º) está comprendida entre unos 54′ y 61′...... 40″. Por la irregularidad de sus variaciones la traen las tablas del almanaque para cada medio dia y media noche. La correccion que debe emplearse para hallar la correspondiente á la hora reducida (*art.* 424 *y Arit.* 333) se halla de memoria, ó por medio del cuadrante de reduccion.

630 Despues se reduce á paralaje de altura, sumando el logaritmo de su seno con el del coseno de la altura, y buscando el logaritmo del resultado en la tabla primera de los logaritmos de los senos, que las trae de 1″ en 1″ (*art.* 626).

631 Pero lo mas breve es el hallar el resultado de las dos correccio-

nes de paralaje y refraccion por medio de las tablas de Mendoza ó en la escala náutica núm. 1.º

632 La paraleje de las Estrellas fijas es absolutamente imperceptible.

633 Se pueden despreciar las paralajes de Júpiler y Saturno, y aun las de Marte, porque en las alturas de estos Astros, observadas en la mar, cabe alguna incertidumbre.

De los semidiámetros aparentes de los Astros.

634 Interesa el investigar la relaciou que hay entre los semidiámetros aparentes de un mismo Astro y sus distancias al ojo del observador. Para esto se denomina *r* el radio del Astro *cm* (*fig.* 37); *D* su distancia *co*; *s* el semidiámetro *moc* correspondiente á dicha distancia: y será *oc*: mc: : R: sen- moc: esto es, D : r: : R: sen- $s = \frac{r \times R}{D}$ Esta expresion manifiesta, que el valor de *s* aumenta ó disminuye, al paso que disminuye ó aumenta la distancia *D*, que es el dividendo (*Art.* 127 *y Geom.* 501). Esto es, que

635 Los semidiámetros aparentes de un mismo Astro aumentan ó disminuyen, al paso que disminuyen ó aumentan sus distancias al ojo del observador.

636 La distancia de un Astro al centro de la Tierra difiere muy poco de su distancia al ojo de un observador que lo ve en su horizonte. Por esta razon, los semidiámetros *central* y *horizontal* vienen á ser una misma cosa.

637 La distancia *Sa* (*fig.* 36) del Astro al observador *a*, que lo ve elevado sobre el horizonte, es menor que la central *Sc*. En general, las distancias de un mismo Astro al ojo del observador disminuyen al paso que disminuye el ángulo *acS*: esto es, al paso que disminuyen los complementos de las alturas; ó lo que es lo mismo, al paso que las alturas aumentan. De esto y de lo dicho (*art.* 635) resulta que

638 El semidiámetro aparente de un Astro aumenta al paso que aumenta su altura.

639 Esta es la razon por qué dado el semidiámetro horizontal de un Astro, se debe aplicar una pequeña correccion aditiva, para obtener su semidiámetro de altura.

640 Esta correccion depende de la altura del Astro, de su semidiámetro horizontal, y de su distancia absoluta á la Tierra; y solo es sensible en la luna.

641 La refraccion de los puntos del limbo inferior de un Astro *afsph* (*fig.* 38) es mayor que la de los puntos correspondientes del diámetro horizontal *aecth*: y la refraccion de estos puntos es mayor que la

de sus correspondientes del limbo superior *adubh* (*art.* 610). Por este razon aparecen ovalados el Sol y la Luna cuando sus alturas son pequeñas.

642 De este efecto resulta una disminucion desigual en los semidiámetros de dichos Astros, medidos en cualquiera direccion, que no sea la horizontal *ah*.

643 Las disminuciones de los diámetros del Sol y Luna, ocasionadas por la refraccion, son tanto mayores cuanto menores son las alturas y los ángulos que dichos diámetros forman con el vertifical *us* (*fig.* 38); y se suele prescindir de ellas en la práctica del Pilotage.

644 Conviene advertir, que cuando la altura aparente del limbo de un Astro se ha reducido á verdadera, empleando la refraccion y paralaje correspondientes á dicha altura, para reducirla del limbo al centro, se debe emplear el semidiámetro horizontal que dan las tablas: esto es, sin el aumento de semidiámetro en altura, y sin la disminucion de que se acaba de tratar.

645 La razon de esto se comprenderá reflexionando sobre la figura 32 (*art.* 588 *núm.* 4.°).

646 El semidiámetro del Sol está comprendido entre unos 15'...... 45" y 16'...... 18", y en algunos cálculos aproximados se supone constantemente de 16'.

647 En los almanaques se suele expresar el valor del semidiámetro de seis en seis dias, y se puede emplear el correspondiente al dia mas próximo.

Por ser sumamente lento el movimiento progresivo del afelio de la Tierra (*art.* 177), y por hallarse el Sol, con corta diferencia, en los mismos puntos de la eclíptica en los dias correspondientes de los años civiles.

648 Puede servir para siempre la tabla de los semidiámetros del Sol construida para los dias de un año cualquiera, sin necesidad de correccion.

649 Por medio de las escalas náuticas 2.ª y 3.ª se puede hallar con suma facilidad y precision el resultado de las correcciones de refraccion, paralaje y semidiámetro que deben aplicarse á las alturas del limbo inferior del Sol.

650 Los semidiámetros horizontales de la Luna estan comprendidos entre unos 14'...... 40" y 16'...... 50".

Los almanaques Españoles manifiestan los correspondientes á cada medio dia y media noche; y se puede determinar de memoria la correccion necesaria para obtener el semidiámetro horizontal de la Luna, correspondiente á la hora reducida (*art.* 424 *y Arit.* 333).

651 El semidiámetro horizontal se reduce (en caso necesario) á semidiámetro de altura, agregándole la correccion correspondiente, que se halla en una tabla.

652 Haciendo uso de las escalas náuticas 7.ª y 8.ª basta conocer la paralaje horizontal de la Luna correspondiente á la hora reducida, para hallar su semidiámetro horizontal, ó su semidiámetro en altura, con mucha mas precision de la que se necesita en la práctica del Pilotage.

653 El semidiámetro de las Estrellas fijas es absolutamente insensible.

654 Los semidiámetros de los Planetas se desprecian sin error, haciendo que las imágenes de dichos Astros se vean, con corta diferencia, partidas por mitad por el horizonte de la mar, al tiempo de observar sus alturas con los instrumentos de reflexion.

Ejemplo de las correcciones.

655 Para aclarar con un ejemplo todo lo relativo al uso de las tablas que sirven para corregir las alturas de la Luna, supongamos que el dia 5 de Mayo de 1795, siendo la hora reducida las 5 horas y 40′ de la tarde, y la elevacion del ojo del observador sobre la superficie de la mar de 32 pies y 10 pulgadas de Búrgos, se observó sobre el horizonte de la mar la altura del limbo inferior de la Luna 40°..... 24′..... 36″.

1.° La paralaje y semidiámetro horizontales estarán comprendidos entre los correspondientes al medio dia y media noche del 5; y se hallarán los correspondientes á la hora reducida como sigue (*Arit.* 333).

		Paralajes.		*Semidiámetros.*	
El 5 á medio dia	l=	54′	11″	14′	47″
El 5 á media noche	n=	54	18	14	49
Diferencia	n — l=	00	07	00	02

N — L = 12 horas, y M — L = 5′7 horas.

Términos antecedentes	l=	54′	11″	14′	47″
Correcciones	x=	+	03	+	01
Los términos que se buscan	m=	54	14	14	48

2.° Suponiendo que se tiene á la vista la figura 32, serán........................

Altura *m′ot*.............. 40°... 24′... 36″
Depresion *hot*........... — 05 ... 24

m′oh......................... 40 ... 19 ... 12
Refraccion *m′om*....... — 01 ... 07

moh.......................... 40 ... 18 ... 05 .... log. cos.... 9'88233
Paralaje horizontal............................ 54′... 14″....... log. sen.... 8'19797

Paralaje de altura *omc*......... + 00 ... 41 ... 22 .... log. sen.... 8'08030

mph=*mcH*.............. 40 ... 59 ... 27
½ diámetro horizontal *mca*... + 14 ... 48

Altura verdadera *acH*......... 41 ... 14 ... 15

656 Si lo que se piden son las distancias aparente y verdadera del centro de la Luna al zenit, suponiendo que se tiene á la vista la figura 33, serán..

Altura *m′ot*... 40°... 24′... 36″
Depresion *hot*................................— 05 ... 24

m′oh... 40 ... 19 ... 12
Semidiámetro horizontal.. 14′ ... 48″
Aumento.. + 9

½ diámetro de altura *m′oa′*................. + ... 14 ... 57 .... 14 ... 57

a′oh.. 40 ... 34 ... 09
zoh... 90 ... 00 ... 00

Distancia aparente *a′oz*....................... 49 ... 25 ... 51

a′oh............................ 40°... 34′... 09″
Refraccion *a′oa*........ — ... 01 ... 07

aoh............................ 40 ... 33 ... 02 .... log. cos... 9'88072
Paralaje horizontal................................ 54′ ... 14″..... log. sen... 8'19797

Paralaje de altura *oac*.......................... + ... 41 ... 12 .... log. sen... 8'07869

Altura verdadera *aph*=*acH*............ 41 ... 14 ... 14
Hez............................ 90 ... 00 ... 00

Distancia verdadera *acz*................... 48 ... 45 ... 46

657 Cuando no se quiere una escrupulosa exactitud, se corrigen las alturas de Sol buscando las correcciones correspondientes á la altura aparente del limbo, escribiéndolas con sus signos respectivos, y hallando el resultado de todas ellas (*Arit.* 88), que se aplica á la altura aparente con su correspondiente signo.

V. g. si el 12 de Mayo, de cualquier año, se ha tomado la altura del limbo inferior del Sol sobre el horizonte de la mar de 39°...... 41'...... 56", estando el ojo del observador en 67 pies de Búrgos de elevacion sobre el nivel de la mar, se podrá corregir dicha altura, y determinar la distancia verdadera del Sol al zenit operando como sigue.

Semidiámetro...................	+		15' ...	52"
Paralaje........................	+			07
Suma positiva...................	+		15 ...	59
Suma negativa...................	—		08 ...	51
Resultado	+		07 ...	08
Altura aparente.........		39 ...	41 ...	56
Altura verdadera........		39 ...	49 ...	04
Distancia al zenit......		50 ...	10 ...	56

Depresion........	—	7' ...	42"
Refraccion......	—	1 ...	09
Suma negativa..	—	8 ...	51

CAPITULO X.

DE LA RESOLUCION DE ALGUNOS PROBLEMAS QUE TIENEN APLICACION AL PILOTAGE.

PROBLEMA I.

659 *Determinar la latitud del observador por medio de la altura meridiana de un Astro.*

1º Ante todas cosas se corregirá la altura (*art.* 586 *á* 656); y si es de paso superior, se tomará su distancia al zenit, que es lo que en términos marinos se llama *observacion.*

2º Si el Astro es un Planeta, se calculará su declinacion correspondiente á la hora reducida; y si se trata de una Estrella fija, basta el hallar su declinacion media correspondiente al año y mes (*art.* 277).

3.º Si la altura es de paso inferior, se tomará la distancia del Astro al polo, que es el complemento de su declinacion.

660 Establecido esto, denomínense *h* la altura, *o* la observacion, *d* la declinacion, *c* su complemento, y *l* la latitud; y serán en general

1.º Para las alturas de paso superior $l = d - o$, tomando los valores efectivos de cada una de las tres cantidades como positivos cuando su denominacion es norte, y como negativos cuando su denominacion es sur; y teniendo muy presente lo advertido en la Aritmética (*Arit.* 91).

2.º Para las alturas de paso inferior será $l = h + c$ siempre de la misma especie que la declinacion.

661 Si se quiere seguir un método mas luminoso, y demostrar en cada caso particular la bondad de estas reglas, se construirá una figura, en la cual el círculo terminador representará el meridiano. Se señalarán en ella los polos norte y sur, con sus respectivas iniciales *n* y *s*: se representará la equinoccial por medio de un diámetro perpendicular al eje del Mundo *ns*; y colocando sobre el meridiano el Astro *a* y el zenit *z*, segun los valores y denominaciones de la declinacion y observacion, la inspeccion de la figura manifestará la denominacion de la latitud, y el modo de determinarla.

662 Todo esto se comprenderá mejor con las aplicaciones.

Ejemplo. 1.º Sean, declinacion $d = +15^\circ \ldots 22' \ldots 36''$ *N*, y observacion $o = -32^\circ \ldots 28' \ldots 41''$ *S.*

Serán segun la regla	$+15^\circ$	$22'$	$36''$
	$+32$	28	41
Latitud *l*.............	$+47$	51	17 *N.*

Se demuestra que debe operarse de este modo, porque en la figura 39 se debe tomar el arco *ea* igual á la declinacion, hácia el lado del norte, para colocar el Astro *a* segun su declinacion; y despues se debe contar el arco *az* igual á la observacion, tambien hácia el norte, para colocar el zenit *z* de modo que la observacion *za* sea sur. Por consiguiente, la latitud será $ez = ea + az$; y su especie *norte.*

Ejemplo 2.º Sean, declinacion $d = -22^{\circ}$......... 42′........... 56″ *S*, y observacion $o = +$ 8 ..... 23′..... 38 *N*.

Serán segun la regla { — 22°..... 42′..... 56″
— 08 ..... 23 38

Latitud l............... — 31 ..... 06 ..... 34 *S*.

La razon de este modo de operar se comprende con la inspeccion de la figura 40.

Ejemplo 3.º Sean, la declinacion $d = +23^{\circ}$......................... 18′ *N*, y la observacion $o = +$ 7°..... 15′..... 36″ *N*.

Serán segun la regla { + 23°..... 18′..... 00″
— 07 ..... 15 36

Latitud l............... + 16 ..... 02 ..... 24 *N*.

Se ve la razon de este modo de operar en la figura 41.

Ejemplo 4º Sean, la declinacion $d = +$ 19°...... 40′...... 56″...... *N*, y la observacion $o = +$ 48°..... 56′..... 13″ *N*.

Serán segun la regla { + 19°..... 40′..... 56″
— 48 ..... 56 13

Latitud l............... — 29 ..... 15 ..... 17 *S*.

La razon de esto se ve en la figura 42.

Ejemplo 5.º Sean, el complemento de la declinacion norte $c = 2^{\circ}$..... 15′..... 26″, y la altura meridiana de paso inferior $h = 38^{\circ}$..... 56′..... 45″.

Será segun la regla { 38°..... 56′..... 45″
02 ..... 15 ..... 26 *N*.

Latitud l............... 41 ..... 12 ..... 11 *N*.

Se ve la razon de este modo de operar en la figura 43; porque representando ho el horizonte, ec el ecuador, n el polo, z el zenit, y a el Astro; la latitud es $ez = hn$ (*art.* 374); y $hn = ha + an$.

PROBLEMA II.

663 *Hallar las horas del nacer y del ponerse verdaderos del Sol: esto es, las horas en que el centro de dicho Astro se halla en el horizonte racional del observador.*

1º Se halla la declinacion del Sol, correspondiente á las seis de la mañana ó de la tarde del meridiano del observador, segun que se trata de la hora del nacer ó de la hora del ponerse; y cuando se conocen dichas horas al poco mas ó menos, se hallan las declinaciones correspondientes á ellas.

2º Tambien se supone conocida la latitud del observador.

3º Con estos términos se dice, R : tan. latitud : : tan. declinacion : sen. diferencia ascensional.

4º La diferencia ascensional se reduce á tiempo (*art.* 252); y sumándola ó restándola de seis horas, da la hora del nacer ó la de ponerse del Sol, segun los casos. Para saber cuando se ha de sumar y cuando se ha de restar, basta tener presente que

5º Cuando la declinacion es de la especie de la latitud, el Sol sale antes de las seis de la mañana, y se pone despues de las seis de la tarde.

6º Cuando la declinacion es de especie opuesta á la latitud, el Sol sale despues de las seis de la mañana, y se pone antes de las seis de la tarde.

7º Si la hora que resulta difiere considerablemente de la supuesta, se puede buscar la declinacion correspondiente á dicha hora hallada, y repetir el cálculo con ella.

664 Esto se funda en que en el triángulo esférico *amc* (*fig.* 20 *art.* 383) rectángulo en *m*, es *ma* la declinacion del Astro, *acm* el complemento de la latitud del observador, y *mc* la diferencia ascensional, que se hallará diciendo (*art.* 98): tan. c : R : : tan. *am* : sen. *mc*, que por lo establecido (*Geom.* 526) equivale á R : cot. c : : tan. am : sen. mc : esto es (*Geom.* 514), R : tan. latitud : : tan. declinacion: sen. diferencia ascensional.

Esta misma analogía se deduce aplicando las reflexiones anteriores al triángulo *ucb* (*fig.* 20).

665 *Ejemplo.* Supongamos que se quieren hallar las horas del orto y ocaso verdaderos del Sol, el dia mayor del año, en un lugar cuya latitud es de 37º..... 35′..... 40″. La declinacion del Sol será la máxima, que se puede suponer de 23º.............. 28′.

R : tan. latitud...............................	37º... 35′... 40″.......	log... 9‘88646
: : tan. declinacion..............................	23 ... 28 ... 00	log... 9‘63761
: sen. diferencia ascensional..................	19 ... 31 ... 40	log... 9‘52407
En tiempo (*art.* 252)...............	1ʰ ... 18′... 06″... 40‴	
Sumada con...............................	6 ... 00 ... 00	

Hora del ocaso...........................	7 ... 18 ... 07
Diferencia ascensional....................	1^h .. 18'... 07''
Restada de................................	6 .. 00 ... 00
Hora del orto.............................	4 ... 41 ... 53

666 Conviene advertir, que el centro del Sol se halla realmente en el horizonte verdadero, cuando aparece elevado unos 28' sobre él: esto es, cuando el centro del Sol aparece elevado sobre el horizonte de la mar unos 28' mas la depresion correspondiente á la altura del ojo del observador.

PROBLEMA III.

667 *Hallar la amplitud verdadera del Sol: esto es, la amplitud correspondiente al caso de hallarse el centro de dicho Astro en el horizonte verdadero.*

1º Se halla la declinacion del Sol correspondiente á las seis de la mañana ó de la tarde del meridiano del observador, segun que es ortiva ú occidua la amplitud que se trata de calcular; y lo mejor es buscar las declinaciones correspondientes á las horas del orto y ocaso del Sol, conocidas al poco mas ó menos, ó determinadas por el problema antecedente (*art.* 663).

2º Tambien se supone conocida la latitud del observador.

3º Con estos términos se dice, cos. latitud : R : : seno declinacion : sen. amplitud, de la especie de la declinacion.

668 Esto se funda en que en el triángulo *amc* (*fig.* 20 *art.* 383) rectángulo en *m*, es *ma* la declinacion del Astro: *acm* es el complemento de la latitud del observador, *ac* la amplitud; y por lo dicho (*art.* 97) será sen. c : R : : sen. *am* : sen. ac: esto es, cos. latitud : R : : sen. declinacion: sen. amplitud. Esta misma analogía se deduce de la inspeccion del triángulo *buc* (*fig.* 20) correspondiente al caso de ser la declinacion de especie opuesta á la latitud.

669 *Egemplo.* Supongamos que se quiere hallar la amplitud verdadera del Sol, el dia del solsticio, en un lugar cuya latitud es 37°... 35'... 40''. La declinacion del Sol será 23°... 28', y se operará como sigue.

Cos. latitud	37°...	35'...	40''...	compl. arit...	0'10108
: R : : sen. declinacion	23 ...	28 ...	00 ...	log...	9'60012
: sen. amplitud	30 ...	10 ...	10 ...	log...	9'70120

670 Para determinar el momento en que el centro del Sol se halla en el horizonte racional, se tendrá presente lo advertido (*art.* 666); y entonces tendrá la amplitud calculada por el método que se acaba de manifestar.

671 Esta amplitud es muy distinta de las correspondientes á los casos de aparecer el centro del Sol en el horizonte sensible, ó en el horizonte de la mar.

672 En estas circunstancias, y otras semejantes, se determina el azimut ó la amplitud por el método que se manifestará en el problema siguiente.

PROBLEMA IV.

673 *Hallar el azimut correspondiente á cualquiera altura del Sol.*

1º Si la altura es aparente, se reducirá ante todas cosas á verdadera por el método explicado (*art.* 586 *á* 650); y se tendrá presente, que en el momento de aparecer en el horizonte de la mar el centro del Sol, ó uno de sus limbos, es cero la altura aparente de dichos puntos.

2º Si aparece en el horizonte de la mar el limbo superior, la verdadera depresion del centro será de unos 33' + el semidiámetro + la depresion de horizonte, que vienen á ser (*art.* 614 *y* 646) 49' mas la depresion.

3º Si aparece en el horizonte de la mar el centro, su verdadera depresion será de unos 33' + la depresion de horizonte.

4º Si aparece en el horizonte de la mar el limbo

inferior, la verdadera depresion del centro será de unos 33′ — el semidiámetro + la depresion de horizonte: que vienen á ser 17′ + la depresion de horizonte.

5.° En rigor, se debe emplear la distancia al último punto visible, en vez de la depresion, en estas circunstancias; y se puede despreciar la paralage.

6.° La altura verdadera restada de 90°, ó la depresion sumada con dicha cantidad, dará la verdadera distancia del Sol al zenit.

7.° Se hallará la declinacion del Sol correspondiente á la hora reducida (*art.* 424), que basta conocer al poco mas ó menos.

8.° La declinacion se restará ó sumará con 90°, segun sea de la especie de la latitud ó de especie opuesta; y con esto se obtendrá la verdadera distancia del Sol al polo elevado.

9.° Tambien es preciso saber la latitud en que se halla el observador, que restada de 90°, dará la distancia del zenit al polo.

10.° Con esto se conocerán los tres lados del triángulo esférico *anz* (*fig.* 19 ó 22); ó del *bnz* (*fig.* 19), y se determinará el azimut, que es el ángulo en *z*, por la regla dada (*art.* 111).

11.° Se tendrá presente, que el azimut resulta siempre contado desde el punto cardinal correspondiente á el polo elevado hácia el E ú O, segun que la observacion se hace antes ó despues del paso del Sol por el meridiano.

674 *Ejemplo.* Supóngase, latitud 37°...... 35′...... 40″ N; declinacion 23°...... 28 N; elevacion del ojo del observador sobre el nivel del mar, 39 pies de Búrgos. Si con estos datos se quieren determinar el azimut ó amplitud correspondientes al caso de desaparecer en el horizonte de la mar el limbo superior del Sol, se procederá como sigue.

Refraccion horizontal..	—	33′ ...	00″
Depresion de horizonte..	—	05 ...	53
Semidiámetro del 21 de Junio..............................	—	15 ...	47
Depresion ó altura negativa..................................	—	54 ...	40
Distancia verdadera al zenit..........................	90° ...	54′ ...	40″
La distancia del zenit al polo es....................	52 ...	24 ...	20
La distancia del Sol al polo..........................	66 ...	32 ...	00

Teniendo á la vista la figura 19 ó 22, serán

an	66° ... 32′ ... 00″		
zn	52 ... 24 ... 20	... c. a. log. sen.	0'10108
az	90 ... 54 ... 40	... c. a. log. sen.	0'00005
Suma	209 ... 51 ... 00		
½ suma	104 ... 55 ... 30	... log. sen.	9'98510
an	— 066 ... 32 ... 00		
Diferencia	38 ... 23 ... 30	... log. sen.	9'79312

$\text{Cos.}\left(\frac{nza}{2}\right)^2$ .... 19'87935... suma de long.

$\text{Cos.}\left(\frac{nza}{2}\right)$ .... 29 ... 30 ... 20 .... log. 9,93967.½suma de log.

Azimut *nza* N.	59 ... 00 ... 40 O.	
Amplitud... O.	30 ... 59 ... 20 N.	
Resultó ...... O.	30 ... 10 ... 10 N.	la amplitud verdadera (*art.* 669).
Diferencia	49 ... 10	

675 Para no equivocarse en la suma conviene escribir los cuatro logaritmos uno debajo de otro, sin espacio intermedio, aunque no resulten colocados en las líneas en que se expresan los valores de los arcos á que corresponden.

676 Para la práctica del Pilotage es lo mas ventajoso el emplear los azimutes correspondientes al caso de hallarse el Sol en el horizonte ó en sus inmediaciones.

PROBLEMA V.

677 *Determinar la hora y altura correspondientes al caso de hallarse el Sol en el vertical primario.*

1.° Se halla la declinacion del Sol para las siete de la mañana ó para las cinco de la tarde del meridiano del observador, segun que se trata del paso por el cuadrante oriental ú occidental al del vertical primario; y cuando se conocen al poco mas ó menos dichas horas, se hallan las declinaciones correspondientes á ellas

2.° Tambien se supone conocida la latitud del observador.

3.° Se determina la hora diciendo *R* : *tan. declinacion* :: *cot. latitud* : *cos. horario*, que reducido á tiempo (*art.* 252), será la hora si se trata del paso de la tarde, y restado de 12 horas ó de 24 horas, dará la hora civil ó astronómica de la mañana.

4.° Se determina la altura diciendo, *sen. latitud* : *R* :: *seno. declina-*

cion : *sen. altura verdadera*, que se reducirá á aparente en caso necesario (*art.* 591 *á* 650).

678 La razon de esto es, que en el caso de hallarse el Sol en el vertical primario, el triángulo esférico *nza* (*fig.* 19 *ó* 22) es rectángulo en *z*; y por lo tanto

1.° Para hallar el horario *n* (*art.* 101) se deberá decir, *tang. an* : *R* :: *tan. zn* : *cos. n*, que (*Geom.* 526) se puede mudar en *R* : *cot. an* :: *tan. zn* : *cos. n*, que (*Geom.* 514) equivale á *R* : *tan. declinacion* :: *cot. latitud* : *cos. zna*.

2.° Para hallar el complemento de altura *az* (*art.* 109) se dirá, *cos. nz* : *R* : : *cos. an* : *cos. az*, que (*Geom.* 504) equivale á *sen. latitud* : *R* :: *sen declinacion* : *sen. altura*.

679 Hay que advertir, que para que el Sol corte al vertical primario sobre el horizonte, su declinacion debe ser menor que la latitud del observador, y de su misma especie.

En efecto, los dos cuadrantes del vertical primario salen del zenit, y se terminan en la equinoccial (*art.* 333); y por lo tanto, no podrán encontrar al Astro, á menos que este no se halle entre el ecuador y el paralelo que describe el observador en virtud del movimiento diurno de la Tierra (*fig.* 22).

PROBLEMA VI.

680 *Determinar la hora del paso de una Estrella fija por el meridiano del observador.*

1.° Ante todas cosas, se halla la ascension recta de la Estrella, correspondiente al año y mes; y se reduce á tiempo (*art.* 252) en el caso de estar expresada en grados en la tabla.

2.° Se halla la ascension del Sol para los dos medios dias del meridiano de las tablas que comprenden á la hora reducida supuesta del paso de la Estrella por el meridiano en que está el observador.

3.° Se halla la diferencia entre las ascensiones de dichos medios dias; y el resultado es la ascension recta que contrae el Sol en 24 horas: esto es, la aceleracion verdadera de las fijas (*art.* 462 *á* 467).

4.° La ascension recta del Sol correspondiente al primer medio dia, se resta de la ascension recta de la Estrella, añadiendo á esta 24 horas si es menor.

5.° El resultado será la hora aproximada del paso de la Estrella por el meridiano del observador.

6.° Se reduce dicha hora al meridiano de las tablas *r*; y se dice, 24 horas á la aceleracion diaria (*núm.* 3.°) :: *r* : *x*, y con esto se tendrá la correccion sustractiva, que debe aplicarse á la hora aproximada del meridiano del observador, para obtener la verdadera, con toda la aproximacion que se necesita en la práctica del Pilotage.

7.° Si solo se quiere saber la hora del paso de la Estrella con diferencia de algunos segundos, basta hallar la hora reducida *r*, y aplicar á la hora aproximada una correccion sustractiva, á razon de 10 por cada hora que valga *r*. Esto equivale á aplicar á la hora aproximada la correccion correspondiente á la aceleracion media (*art.* 469). En este caso se evita la operacion del número 3.° y la proporcion del 6.°

681 Las horas de los pasos de los planetas por el meridiano se suelen poner en los almanaques para cada seis ó siete dias. Se determina la correccion que debe aplicarse á la hora del paso anterior mas próximo, para obtener la del paso por el meridiano del observador correspondiente á cualquier dia, por medio de una proporcion. El primer término es el número de dias que median entre los pasos del almanaque. El segundo es el número de dias que han mediado desde el dia del paso hasta el dia dado, mas la diferencia de longitud occidental, y menos la diferencia de longitud oriental. El tercer término es la diferencia entre las horas de los dos pasos que comprenden al que se trata de determinar.

682 Hallada la hora astronómica del paso de una Estrella por el meridiano superior, se halla la de su paso antecedente por el inferior, restándole 12 horas, y agregándole la mitad de la aceleracion diaria (*art.* 680 *núm.* 3.° y 7.°).

La hora del paso siguiente por el meridiano inferior se halla agregando á la del paso superior 12 horas, y restando la mitad de la aceleracion diaria.

683 La razon de todo lo dicho se comprenderá sin dificultad atendiendo á que la diferencia hallada (*art.* 680 *núm.* 4.°) es la cantidad en que la Estrella está mas oriental que el Sol al ser medio dia: esto es, el tiempo que mediaria entre el paso del Sol (que se verifica á las cero horas) hasta el paso de la Estrella, si en dicho

intermedio no variase la diferencia de ascension entre los dos Astros. Luego la hora verdadera del paso de la Estrella se adelantará á la aproximada en la aceleracion correspondiente al tiempo que trascurre, desde el medio dia del meridiano del almanaque, hasta la hora de su paso por el meridiano del observador.

684 *Ejemplo.* Se quiere saber á qué hora pasó por el meridiano la Estrella polar el dia 26 de Junio de 1796; suponiendo que dicho meridiano está 21′ de tiempo al este de Cádiz.

Ascension del Sol el 26	6h	23′	50″2
Ascension del Sol el 27	6	27	59′1
Aceleracion verdadera		4	08′9
Aceleracion en 12 horas		2	04′4
Ascension de la polar el 1.º de Enero de 1790	0h	50′	05″1
Variacion ánua +12″28; y en seis años	+	1	13′7
En seis meses	+		06′1
Ascension de la polar, correspondiente al año y mes, aumentada en 24 horas	24	51	24′9
Ascension del Sol el 26 es —	6	23	50′2
Hora aproximada del lugar	18	27	34′7
Diferencia de longitud oriental	—	21	00
Hora reducida aproximada	18	06	34

Para hallar la aceleracion correspondiente á las 18h .... 7′ es lo mas sencillo operar como sigue.

En 12 horas	00h	02′	04′4
En seis horas serán	00	01	02′2
Para hallar la correspondiente á los 7′ se dice, 1440′ : 249″ :: 7′ : x = 1″2		00	01′2
Aceleracion total —	00	03	07′8
Hora aproximada del observador	18	27	34′7
Hora exacta del observador	18h	24′	26″9

685 Si se quieren determinar las horas de los pasos antecedente y siguiente por el meridiano inferior se dirá

Paso superior	18h	24′	26″9
Restando	12	00	00′0
Residuo	06	24	26′9
Aceleracion en 12 horas	+	02	04′4
Paso inferior antecedente el 26 á las	6h	26′	31′3

Paso superior	18h ... 24 ... 26″9
Sumándole	12 ... 00 ... 00′0
Suma que excede á 24 horas es	30 ... 24 ... 26′9
Aceleracion en 12 horas	— ... 02 ... 04′4
Paso inferior siguiente el 27 á las	6h ... 22 ... 22″5

PROBLEMA VII.

686 *Determinar la hora del meridiano de un observador correspondiente al horario de un Astro.*

1.° Ante todas cosas se reducirá el horario á tiempo (*art.* 252) si está expresado en grados.

2.° Tambien es menester saber si el horario es oriental ú occidental.

687 Esto supuesto, cuando se trata del Sol.

1.° Si el horario es occidental, el mismo horario será la hora civil y astronómica, del meridiano del observador.

2.° Si el horario es oriental, su diferencia á 12 horas, ó á 24 horas, será la hora civil, ó la astronómica, del meridiano del observador.

688 Si se trata de una Estrella fija,

1.° Se hallarán, su ascension recta media correspondiente al año y mes, las ascensiones rectas del Sol correspondientes á los dos medios dias que comprenden á la hora supuesta reducida, y la aceleracion diaria (*art.* 680 *núm.* 3.°).

2.° Con estos términos se hallará la hora aproximada del paso de la Estrella por el meridiano del observador (*art.* 680 *núm.* 5.°).

3.° Si el horario es occidental, se sumará; y si es oriental, se restará de la hora aproximada del paso: y resultará la hora aproximada del observador correspondiente al horario.

4.° La hora aproximada del observador (*núm.* 3.°) se reducirá al meridiano del almanaque; y se llamará r dicha cra reducida.

5.° Se dirá 24 horas : r : : la aceleracion diaria (*n* 1.°) : x.

6.° El cuarto término de esta proporcion será la aceleracíon correspondiente al intervalo r; y restándola de la hora aproximada del observador (*núm.* 3.°) resultará la hora exacta que se pide.

689 La razon de esto es, que si la Estrella pasa por el meridiano, v. g. á las nueve, no hay duda en que cuando su horario occidental valga una hora serán las diez; y cuando su horario oriental valga una hora serán las ocho, suponiendo que su diferencia de ascension con el Sol no varía. Por consiguiente, si el cálculo se ha hecho con la diferencia entre las ascensiones del Sol y Estrella correspondientes á medio dia, el primer resultado diferirá del verdadero en todo lo que ha variado la diferencia de ascensiones: esto es, en todo lo que ha aumentado la ascension recta del Sol en el intervalo r.

690 *Ejemplo.* Supongamos que se quiere saber la hora de un observador colocado 2^h ..... 50′..... 28″ al este de Cádiz, cuando el horario oriental de Régulo era de 9′..... 53″1 de tiempo el dia 22 de Febrero de 1796.

Ascension del Sol el 22 es		22^h ...	22′ ...	24″2
Ascension del Sol el 23 es		22 ...	26 ...	12‘3
Aceleracion en 24 horas			3 ...	48‘1
Ascension de Régulo el 1.° de Enero de 1790.		9^h ...	57′ ...	10″0
Variacion ánua + 3″20; y en seis años	+	..	00 ...	19‘2
En dos meses	+		...	00‘3
Ascension aumentada de 24 horas por ser menor que la del Sol		33^h ...	57′ ...	29″5
Ascension del Sol el 22 es		22 ...	22 ...	24‘2
Hora aproximada del paso		11 ...	35 ...	05‘3
Horario oriental	—	00 ...	09 ...	53‘1
Hora aproximada del observador		11 ...	25 ...	12‘2
Diferencia de longitud este	—	02 ...	50 ...	28‘0
Hora reducida r		8 ...	34 ...	44

Esta hora equivale á unos 515′; y se halla la aceleracion correspondiente á este intervalo diciendo,

1440′ : 228″ :: 515′ : x=81″5	—	0^h ...	01′ ...	21″5
Hora aproximada del observador		11 ...	25 ...	12‘2
Hora exacta del observador		11 ...	23 ...	50‘7

PROBLEMA VIII.

691 *Determinar el horario de un Astro correspondiente á una hora conocida del meridiano del observador.*

Si se trata del Sol, la misma hora astronómica es el horario occidental; y si pasa de 12 horas, se restará de 24 horas para obtener su horario oriental. Dicho horario, expresado en tiempo, se reducirá á grados (*art* 253) en caso necesario.

692 Si se trata de una Estrella fija,

1.° Se hallará su ascension recta media correspondiente al año y mes; y la ascension recta del Sol, correspondiente á la hora dada, reducida al meridiano del almanaque.

2.° Se hallará la hora del paso de la Estrella por el meridiano correspondiente á estas cantidades (*art.* 680 *núm.* 5.°),

3.° La diferencia entre la hora del paso y la dada será el horario: occidental si la hora dada es mayor que la del paso; y oriental si es menor-

4.° Cuando la diferencia pasa de 12 horas, se resta dicha diferencia de 24 horas, y resulta el horario, de especie opuesta á la que se determinó por la regla del número anterior.

5.° El horario que resulta expresado en tiempo, se reduce á grados (*art.* 253) en caso necesario.

693 La razon de esto es, que si el Astro pasa por el meridiano, v. g. á las nueve, á las ocho tendrá una hora de horario oriental, y á las diez tendrá una hora de horario occidental. No es menos evidente, que 18 horas de horario, contadas desde un meridiano hácia un lado, equivalen á seis horas contadas desde el mismo meridiano hácia el lado opuesto &c. (*art.* 367 *y* 368).

694 Si el Astro de que se trata es la Luna ú otro Planeta se halla su horario por el mismo estilo: con la sola diferencia de emplear la ascension recta del Planeta para la misma hora que la del Sol.

695 *Ejemplo.* Supongamos que se quiere saber cuál era el horario de Régulo, cuando un observador, colocado 2^h... 50′... 28″ al este de Cádiz, contaba las 11^h... 23′... 51″ el dia 22 de Febrero de 1796.

Hora del observador	11^h... 23′ ... 51″
Diferencia de longitud este —	2 ... 50 ... 28
Hora reducida á Cádiz	8 ... 33 ... 23

que equivalen á unos 513′.

La variacion diaria de ascension del Sol se halló (*art.* 690) de 3′... 48″=228″; y por lo enseñado (*Arit.* 333) se dirá

1440′ . 228″ :: 513′ : x=81″2= +	00^h ... 01′ ... 21″2
Ascension del Sol el 22 á medio dia	22 ... 22 ... 24′ 2
Ascension á la hora reducida=	22 ... 23 ... 45′4
La de Régulo aumentada de 24 horas se halló (*art.* 690)	33 ... 57 ... 29′5
Hora del paso correspondiente á estas ascensiones	11 ... 33 ... 44′1
Hora dada (menor)	11 ... 23 ... 51′0
Horario oriental en tiempo	00 ... 09 ... 53′1
La mitad	4 ... 56′ 55
Horario en grados	2°... 28 27

esto es, 2°..... 28′..... 16″.

PROBLEMA IX.

696 *Hallar la hora del meridiano del observador, correspondiente á la altura de un Astro.*

1.° Si la altura es aparente, se reduce ante todas cosas á verdadera *á* (*art.* 588 *á* 659).

2°. Se supone conocida la latitud del observador *l*.

3.° La hora del observador, supuesta ó conocida al poco mas ó menos, se reduce al meridiano de las tablas; y se hallan para dicha hora, la declinacion del Astro *d*, y su distancia al polo elevado *D* (*art.* 257).

697 Con estos términos se halla el horario del Astro por medio de la siguiente regla.

1.° Súmense, la distancia del Astro al polo, la latitud, y la altura; y tómese la mitad de la suma (*).

2.° De la semisuma $\frac{1}{2}$ *s*, réstese la altura *a*; y resultará la diferencia *d′*.

(*) Siempre que el Astro esté elevado, la semisuma debe ser menor de 90°.

3.° Escríbanse en columna los complementos aritméticos de los logaritmos de los cosenos de declinacion y latitud, el logaritmo del coseno de la semisuma, y el del seno de la diferencia.

4.° Súmense estos cuatro logaritmos. Tómese la mitad de la suma; y buscando este logaritmo en las tablas de los senos, se obtendrá la mitad del horario en grados.

5.° Se duplará la mitad del horario, y se reducirá á tiempo el resultado; y si se quiere obtener desde luego el horario en tiempo, se multiplicará por 8 la mitad del horario en grados, y se reducirá cada producto parcial á su especie inferior inmediata.

6.° Conocido el horario, se determina la hora por el Problema VII (*art* 686).

7.° Si dicha hora difiriese considerablemente de la supuesta (*art.* 696 *núm.* 3.°), y el Astro variase mucho de declinacion; se reducirá la hora hallada al meridiano del almanaque, se hallará la declinacion correspondiente á esta hora reducida, y con ella se repetirá el cálculo del horario, que dará la hora determinada con precision.

8.° Al mismo tiempo que se halla la declinacion d, correspondiente á la hora reducida (*art.* 274 *á* 279), se hallan tambien las ascensiones rectas del Sol y de la Estrella ó Planeta, que se han de emplear en la operacion del número 6 °, siempre que no sea el Sol el Astso cuya altura se supone conocida.

698 Si el Astro está depreso, se considera la depresion a' como altura, y se opera del mismo modo, con la sola diferencia de tomar el seno de la semisuma $\frac{1}{2}\,s'$, y el coseno de la diferencia d'' en la operacion del artículo 697 número 3°.

699 Respecto á que cuando la declinacion del Astro d es de especie opuesta á la latitud, su distancia al polo elevado es $D=90^\circ+d$, en vez del valor de D bastará escribir 90°, y debajo el valor de d, en la ope-

racion del artículo 697 número 1.°; y con esto se ahorra el sumar separadamente la declinacion con 90° en dicho caso.

700 La regla dada (*art.* 697) es una abreviacion de la que resulta de lo dicho (*art.* 111 *y* 377); y se debe al célebre Bordá. Su demostracion se halla en el artículo 549 del Tratado de Cosmografia para la instruccion de los Guardias Marinas, impreso en Cartagena en 1796.

701 No hay inconveniente en calcular el horario por la regla dada (*art* 111); pero en tal caso es menester hallar los complementos de altura y latitud *az y zn* (*fig.* 19 ó 22), y la distancia del Astro al polo $an = 90° \pm d$.

702 Conviene advertir, que cuando el Astro se halla en las inmediaciones del meridiano, á unas diferencias pequeñas en la altura, latitud y declinacion, suelen corresponder diferencias considerables en el horario, que por lo regular resultará determinado con mucha incertidumbre en semejantes circunstancias.

703 Las posiciones mas ventajosas de los Astros para la determinacion de sus horarios son las mas inmediatas al vertical primario, con tal que las alturas no bajen de 7.°

704 *Ejemplo* 1.° Sean, la latitud del observador 43°..... 29′..... 00″ N, la altura verdadera del centro del Sol 54°...... 43,, ... 20″, y su declinacion 12°....... 57′....... 39″ N; y despreciando algunos segundos, para evitar las unidades de esta clase en las cantidades cuyas líneas trigonométricas entran en el cálculo, se dispondrá este como sigue.

	90°...	00′ ...	00″	
d......... —	12 ...	57 ...	40...N...	c. a. log. cos. 0′01121
D............	77 ...	02 ...	20	
l..............	43 ...	29 ...	00..N...	c. a. log. cos. 0′13932
a..............	54 ...	43 ...	20	
s..............	175 ...	14 ...	40	
½s............	87 ...	37 ...	20..............	log. cos. 8′61791
a..........—	54 ...	43 ...	20	
d′............	32 ...	54 ...	00..............	log. sen 9′73494

(sen. ½ h)².. 18′50339 .... suma de log.
sen. ½ h..... 10 .. 17 ... 00................ log. sen. 9′25169...½ suma de log.
multipl............................. 8

Horario 1h ... 22′... 16″... 00‴

Si la altura se ha tomado despues de medio dia, será la 1^h ... 22′... 16″ de la tarde. Si se ha tomado la altura antes de medio dia, restando dicha cantidad de 24 horas, resultará la hora astronómica 22^h ... 37′... 44″.; y restándola de 12 horas, resultaria la hora civil 10^h ... 37′ ... 44″.

Se tendrá presente el escribir los logaritmos sin espacio intermedio como se dijo (*art.* 675 *y Geom.* 558) para evitar equivocaciones en la suma.

705 *Ejemplo* 2.° Sean, latitud 37°... 49′... 50″ N. altura verdadera 21°... 15′... 10″, y declinacion 12°... 57′... 40″ S: esto es, de especie opuesta á la latitud, y se abreviará el cálculo operando como sigue.

	90°	00′	00″		
d......... +	12	57	40...S...	c. a. log. cos.	0‘01121
l.............	37	49	50...N..	c. a. log. cos.	0‘10247
a.............	21	15	10		
s.............	162	02	40		
½ s..........	81	01	20............	log. cos.	9‘19327
a.........—	21	15	10		
d′..........	59	46	10............	log. sen.	9‘93652
(sen. ½ h)².........					19‘24347......... suma de log.
(sen. ½ h).	24	44	30............	log. sen.	9‘62173..... ½ suma de log.
multip............................	8				

Horario. 3^h ...17′... 56″... 00‴

706 *Ejemplo* 3.° Se quiere saber á qué hora aparecerá en el horizonte sensible el limbo superior del Sol, el dia mayor del año, en la latitud de 37°..... 35′..... 40″.

La depresion del centro del Sol será el resultado de las correcciones de refraccion, paralaje y semidiámetro: esto es, á=48′..... 40″, y la declinacion del Sol de unos 23°..... 28′ de la especie de la latitud.

	90°	00′	00″		
d.........—	23	28	00...N...	c.a. log. cos.	0‘03749
D............	66	32	00		
l.............	37	35	40...N...	c.a. log. cos.	0‘10108
a′.............	00	48	40		
s′.............	104	56	20		
½ s′..........	52	28	10............	log. sen.	9‘89929
a′.........—	00	48	40		
d″..........	51	39	30............	log. cos.	9‘79264
(sen. ½ h)².........					19‘83050......... suma de log.
(sen. ½ h).	55	21	30............	log. sen.	9,91525...... ½ suma de log.
multipl............................	8				

Horario 7^h ... 22′... 52″... 00‴, que es la hora del ocaso del limbo superior.

Restándola de 12 horas, resultará el nacer aparente del limbo superior del Sol, á las.. 4^h ... 37′... 08″

La del nacer verdadero del centro se halló (*art.* 665).. 4 ... 41 ... 53

La diferencia es de.. 4′ ... 45″

PROBLEMA X.

707 *Determinar la altura de un Astro, correspondiente á una hora del meridiano del observador.*

Se hallará la declinacion del Astro *d*, correspondiente á la hora reducida; se determinará su horario *h* por el Problema VIII (*art.* 691); y se supone conocida la latitud del observador *l*.

708 Con estos términos se calcula la altura del Astro *a*, operando como sigue.

1.° Se dice, R : cos. h : : cot. d : tan. s, que se toma siempre agudo.

2.° Si la declinacion *d* es la especie de la latitud *l*, y el horario *h* es agudo, se suman *s* y *l*.

En todos los demas casos se toma la diferencia entre *s* y *l*: esto es, que se toma la diferencia, tanto en el caso de ser obtuso el horario, como en el de ser la declinacion de especie opuesta á la latitud del observador. El resultado de una ú otra operacion se denomina *r*.

3.° Se dice, cos. s. : sen. r : : sen. d : sen. a (*).

709 Para abreviar, se plantean las dos analogías, dejando en blanco los valores de *s* y *r*. Se escribe el logaritmo del seno de *d* en la segunda proporcion, despues de haber escrito el de la cotangente, que se emplea en la primera; y hallado el logaritmo de la tangente de *s*, se escribe el valor de dicho arco en la segunda proporcion, y se busca el complemento aritmético de su coseno en la misma línea en que se halló el logaritmo de la tangente.

710 Esta regla se deduce de la dada (*art.* 104) para hallar el lado de un triángulo esférico en que se conocen dos lados y el ángulo com-

(*) Se ha omitido la modificacion que exige la regla para conocer si el Astro está depreso, respecto á que no se ofrece este caso en la práctica ordinaria del Pilotage.

prendido no hay inconveniente en resolver el problema por dicha regla, determinando el lado *az* (*fig.* 19 ó 22) que es el complemento de la altura del Astro con el conocimiento del ángulo horario *anz* de la distancia del Astro al polo *an*, y del complemento de la latitud *zn*.

711 Por el método abreviado se evita el tomar los complementos de la latitud y declinacion, y el suplemento del segmento cuando resulta obtuso.

712 Se tendrá presente, que cuando el horario es obtuso, en vez de *cos. h* se puede emplear el seno de su exceso sobre el cuadrante.

713 *Ejemplo* 1.º Supongamos un caso inverso del propuesto en el artículo 704: esto es, la latitud del observador $l=43°$..... $29'$ N, y declinacion del Astro $d=12°$..... $57'$..... $40''$ N, y el horario correspondiente á la hora, expresado en grados $20°$..... $34'$, y se hallará su altura como sigue.

R : cos. h	20° ... 34′ ... 00″	log.	9'97140
: : cot. de	12 ... 57 ... 40 ... N	log.	10'63798
: tang s		log.	10'60938
cos. s	76 ... 11 ... 20 ... c. a.	log.	0'62211
l	43 ... 29 ... 00 ... N		
: sen. r = s + l	119 ... 40 ... 20	log.	9'93896
: : sen. d		log.	9'35081
: sen. a	54 ... 43 ... 20	log.	9,91188

714 *Ejemplo* 2.º Supóngase un caso inverso del propuesto en el artículo 705: esto es, la latitud $l=37°$...... $49'$...... $50''$N, la declinacion $d=12°$...... $57'$...... $40''$S, y el horario correspondiente á la hora, expresado en grados, $h=49°$...... $29'$; y se determinará la altura *a* como sigue.

R : cos. h	49° ... 29′ ... 00	log.	9'81269
: : cot. d	12 ... 57 ... 40 ... S	log.	10,63798
: tang. s		log.	10'45067
cos. s	70 ... 29 ... 30 ... c. a.	log.	0'47633
l	37 ... 49 ... 50 ... N		
: sen. r=s—l	32 ... 39 ... 40	log.	9'73213
:. sen. d		log.	9'35081
: sen. a	21 ... 15 ... 10	log.	9'55927

715 Es excusado el poner por extenso un ejemplo de horario obtuso: que es el otro caso en que es *r* igual á la diferencia entre *s* y *l*; y si se quiere se puede resolver el siguiente.

Latitud $=37°$...... $35'$...... $40''$N, declinacion $d=19°$...... $30'$ N, y horario $h=102°$...... $30'$. En vez del coseno de $102°$...... $30'$ se podrá

tomar el seno de 12°..... 30′ (*Geom.* 540); y la altura *a* resultará de unos 2°..... 24′.. .. 30″.

716 Se tendrá presente que estando el Astro elevado no puede ser obtuso el horario cuando la declinacion es de especie opuesta á la latitud del observador (*art.* 382 *á* 387).

PROBLEMA XI.

717 ***Determinar la latitud, por medio de la altura de la Estrella polar, tomada fuera del meridiano.***

1.° La altura se reduce á verdadera (*art.* 588 *á* 654); y se denomina *a*.

2.° Se halla la declinacion de la Estrella (*d*) y su ascension recta, correspondientes al año y mes (*art.* 277).

3.° Se supone conocida la hora del observador, con dos ó tres minutos de diferencia; y con este dato se halla el horario de la Estrella (*h*) por el Problema VIII (*art.* 691).

718 Despues se dice.

1.° R : cos. h : : cot. d : tan. s, agudo.

2.° sen. d : sen. a : : cos. s : sen s′, agudo.

3.° La latitud (*l*) es igual á la suma $s + s'$ cuando el horario es obtuso y á la diferencia $s' - s$ cuando es agudo.

716 Basta tomar los logaritmos con cinco cifras de mantisa, y buscar los valores de *s* y *s′* con diferencia de 10″.

720 La latitud resulta tanto mejor determinada, cuanto menores son la altura y el error que hay en la hora, y cuanto mayor es la distancia del horario al de seis horas.

721 La resolucion de este problema es un corolario de lo establecido *art.* 105.

722 *Ejemplo.* Sean, a = 21°...... 49′...... 30″, d = 88°...... 13′...... 10″, y el horario obtuso h = 109°...... 45′...... 30″; y se hallará la latitud *l* disponiendo el calculo como sigue.

R : cos. h	109°	45′	30″	log. 9‘52899
: : cot. d	88	13	10	log. 8‘49257
: tang. s				log. 8‘02156
sen. d			c. a...	log. 0‘00021
: sen. a	21	49	30	log. 9‘57028
: : cos. s	00	36	10	log. 9‘99998
: sen *s′*	21	50	10	log. 9‘57047
l = s + s′ =	22	26	20	

Se buscan al mismo tiempo los logaritmos de las líneas trigonométricas de los arcos comunes á ambas proporciones, solo se escribe en la segunda el valor de *s* correspondiente al cuarto término de la primera.

723 Si se suponen $a=21°\ldots 49'\ldots 30''$, $d=88°\ldots 13'\ldots 10''$, y el horario agudo $h=70°\ldots 14'\ldots 30''$, resultarán tambien.

$s = \ldots\ldots\ldots\ldots 00° \ldots 36' \ldots 10''$

$s' = \ldots\ldots\ldots\ldots 21 \ldots 50 \ldots 10$

y será $l=s'-s= 21 \ldots 14 \ldots 00$

CAPITULO XI.

DE LA HIDROGRAFIA.

724 La palabra *hidrografía*, derivada del griego, equivale á *descripcion de las aguas.* Se denomina *Hidrografía* la Ciencia que trata de los mares, de las tierras y aun de los vientos, en cuanto á todo esto puede contribuir á la seguridad de la navegacion. En la Hidrografía solo se describen los puntos de la Tierra que se descubren desde la mar; y pueden servir de términos de comparacion para establecer el punto de la nave, y dirigir su derrota. Esta ciencia tiene algo de comun con la *Geografía*, cuyo objeto es la descripcion de las tierras, y aun la de todo el globo terráqueo; pero sin los pormenores que constituyen el objeto principal de la Hidrografía.

725 La Geografía é Hidrografía tienen una nomenclatura particular, de que se dará una idea en este Capítulo.

Monte, es una elevacion considerable.

Collado, es un monte pequeño.

Duna, es un gran monton de arena movediza.

Cordillera, es una cadena de montes de mucha extension.

Sierra, es una cadena de montes escarpados.

Pico, es un monte muy elevado en figura cónica, á lo menos en la parte superior.

Valle ó *cañada* es la porcion de tierra baja comprendida entre dos montes.

Bosque, es un parage inculto, poblado de árboles y matas.

726 *Rio*, es una corriente de agua, contínua y copiosa.

Arroyo, es un rio pequeño.

Lago, es un depósito considerable y permanente de agua, que solo comunica con el mar por el intermedio de un rio, ó por algun conducto subterráneo. Hay lagos que son unos pequeños mares mediterráneos.

Laguna, es un depósito de aguas llovedizas.

Albufera, es una laguna ó lago inmediato al mar, con el cual suele tener comunicacion.

727 *Costa*, es la tierra inmediata al mar.

Playa, es una costa baja, por lo regular arenosa.

Cabo, es una porcion de tierra que se adelanta hácia el mar.

Promontorio, es un cabo muy elevado.

Punta, es una porcion de tierra que se estrecha al paso que va internándose en la mar.

Isla, es una porcion de tierra, rodeada de agua por todos lados.

Islote, es una isla pequeña y escarpada.

Mogote, es una isleta, que parece la cima de un monte; y se suele designar con este mismo nombre el conjunto de rocas que se ven en tierra bajo la misma forma. En el mismo sentido se suele tomar la palabra *farallon*.

Cayo, es una isleta muy baja.

Península, es una porcion de tierra casi enteramente rodeada de mar.

Istmo, es una porcion estrecha de tierra entre dos mares que enlaza dos porciones de tierra de alguna consideracion.

728 *Fondo*, es la tierra cubierta por las aguas. Por *cantidad* de fondo se entiende la profundidad del mar; y por *calidad* la naturaleza del terreno. Ambos conocimientos son muy interesantes para la navegacion.

La cantidad se expresa con las cifras vulgares, que representan brazas cuando no se advierte otra cosa; y se suele expresar en pies cuando no excede de dos brazas.

La calidad del fondo se suele designar con las iniciales, *A.* arena; *Af.* arena fina; *Ag.* arena gorda; *C.* cascajo; *C.ª* conchuela; *F.* fango; *L.* lama; *P.* piedra; y se suele advertir en las cartas marinas el significado que se da á las letras ú otros signos de que se hace uso para designar la calidad del fondo.

Se denominan *fondeaderos* los parages en que se pueden mantener amarradas ó sujetas las embarcaciones por medio de los cables y anclas.

Se llaman *ratones* las piedras que suelen rozar los cables en los malos fondeaderos.

Sonda, es el fondo del mar, cuando su profundidad no pasa de unas 120 brazas.

Cuando se dice que en un parage *no hay fondo*, se suele entender que la profundidad del mar en dicho parage pasa de 120 brazas.

Se llama *viril* á la línea divisoria de la sonda y del mar profundo; y *cantil* á la línea de la cual no pueden pasar las embarcaciones sin tocar en el fondo. Y se dice que el fondo es *acantilado* cuando la profundidad del mar aumenta ó disminuye casi de golpe.

Placer, es una sonda llana y poco profunda. Hay placeres que son fondeaderos, y otros que no tienen suficiente fondo para que las embarcaciones grandes pasen por encima de ellos.

Banco, es una sonda poco profunda y desigual (*).

729 *Bajo*, es una sonda de tan poca profundidad, que las embarcaciones no pueden pasar por encima de ella (*).

Laja, es una piedra que está casi á flor de agua: esto es, casi al nivel de la superficie superior de la mar.

(*) Las denominaciones de banco y bajo solo se aplican a las sondas rodeadas enteramente, ó casi enteramente, de un mar mas profundo.

Escollo, es un bajo de piedra, que á veces sobrepuja á las aguas.

Vigía, es un bajo de corta extension y de tan poco fondo, que se puede reconocer por la reventazon de la mar: esto es, por el movimiento de las olas que lo golpean; y tambien se llaman vigías las isletas muy pequeñas que se elevan poco sobre el agua.

Restinga, es un bajo de fondo duro, que se adelanta desde la tierra hácia la mar.

Barra, es un bajo prolongado, que se forma de las tierras ó arenas que arrastran los rios, ó amontonan las agitaciones de la mar.

Arrecife, es una cadena de escollos.

Estero, es la entrada que hace el mar en la tierra, sin fondo suficiente para las embarcaciones que navegan en el mar; y en este mismo sentido se suele emplear la palabra *marisma*.

730 *Puerto*, es un parage del mar rodeado de tierra casi por todos lados, con fondo suficiente para que puedan entrar las embarcaciones, y mantenerse amarradas al abrigo de las olas.

La entrada del puerto se suele llamar *boca* ó *boquete*.

Dársena, viene á ser un puerto dentro de otro puerto, tan abrigado que en él apenas se perciben las agitaciones de la mar; y se le aplica dicho nombre cuando está destinado para la carena ó construccion de embarcaciones.

Cala, es un puerto para embarcaciones pequeñas.

Bahía, es un puerto de mucha extension y de entrada ancha, y por consiguiente menos resguardado. Dentro de una Bahía puede haber uno ó mas puertos.

Ensenada, es el recodo que hace el mar internándose en la tierra; y es mas abierta que la Bahía. Se suelen denominar *sacos* las ensenadas, en que es muy peligroso el internarse con vientos fuertes de la mar.

Rada, es un fondeadero formado por la costa que tiene algun arqueo.

Surgidero, es cualquier parage en que pueden estar fondeadas las embarcaciones.

731 *Estrecho*, es un brazo de mar entre dos tierras inmediatas. Los estrechos se suelen denominar *freos* ó *freus*: voces lemosinas derivadas de la latina *fretum*.

Cuando el estrecho es muy angosto, se llama *boca* ó *paso*.

Canal, es un estrecho muy largo; y puede estar formado por los viriles de dos sondas, por el viril de una sonda y la costa, por los cantiles de dos bajos &c.

Canalizo, es un canal muy angosto, por donde solo pueden pasar embarcaciones pequeñas.

Ria, es un canal angosto sin salida, que se interna en la tierra.

Se suele dar el nombre de *caño* á un canal estrecho formado por dos tierras, y á una ria muy angosta.

732 *Archipiélago*, es una porcion de mar sembrado de islas.

733 *Seno*, es una porcion muy considerable de mar casi rodeado de tierra; y difiere esencialmente del puerto por su extension. El seno es respecto del mar lo que una gran península respecto de la tierra.

Golfo, se toma algunas veces como sinónimo de seno; y otras veces se designa con dicho nombre un espacio cualquiera del mar, v. g. el golfo de las Damas, el golfo de las Yeguas &c.

734 Se llama en general *Océano* el mar grande que circunda todas las tierras; y se denominan mares *mediterráneos* los que se internan en las tierras. Tales son: el *Báltico*, que comunica con el Océano por el estrecho del *Sund*: el mar *Rojo*, que comunica con el Océano por el estrecho de *Babelmandel*; y el mar *Caspio*, que es el único que no tiene comunicacion visible con el Océano. Cuando se dice simplemente *el Mediterráneo* se entiende que se habla de la mar que baña las costas septentrionales del Africa, y las meridionales de la Europa; y comunica con el Oceano por el estrecho de Gibraltar.

735 La Europa y Asia por un lado, y el África por otro, se pueden considerar como dos grandes penínsulas, unidas por el istmo de Suez. Estas tres partes del Mundo forman un gran continente separado de la América por un estrecho de seis leguas de ancho, en los 66° de latitud septentrional. La America es otro gran continente, compuesto de dos penínsulas, enlazadas por el istmo de Panamá.

El antiguo y nuevo continente estan unidos por ols hielos, á lo menos una gran parte del año.

736 Hay islas de mucha consideracion enteramente separadas de las cuatro partes del Mundo, como la Nueva Holanda.

737 En el dia está reconocida en grande toda la superficie de la mar, excepto las regiones circumpolares. No se ha podido penetrar en ellas hasta ahora, á pesar de los grandes esfuerzos que se han hecho en este último siglo. Las enormes masas flotantes de hielo, llamadas *bancas*, suelen rodear las embarcaciones que se internan mas allá de los 81° de latitud; y aun mucho antes, segun las estaciones y otras circunstancias. Entre la Asia y América no se puede pasar de los 70° de latitud norte sin gran dificultad.

738 A mas de esto hay fundamento para sospechar que existen en el mar Pacífico varias islas, que aun no han sido reconocidas por los navegantes europeos. Muchos puntos interesantes estan mal situados en las cartas; y aun de los mares mas surcados nos faltan pormenores importantes para la seguridad de la navegacion; de suerte que se puede decir que es inmenso lo que hay que trabajar en la Hidrografía.

APENDICE,

En que se demuestran las proposiciones de Trigonometría esférica anunciadas en el Capítulo II.

739 Se supone (*fig.* 7 6 44) que *eca*, *acb*, *bce'* son los tres sectores de cuya union resulta el triángulo esférico *aeb* (*fig* 6), segun se estableció (*art.* 76 *y* 77). La *ed* (*fig.* 44) es perpendicular á *ca*, y la *e' K* es perpendicular á *cb*.

1.º Queda demostrado (*art.* 78), que girando *eca* sobre el radio *ca* hácia la derecha, y *e' cb* sobre el radio *cb* hácia la izquierda, los puntos *e* y *e'* reunidos en *E* formarán el vértice del ángulo opuesto al lado *ab*; y que la perpendicular bajada desde dicho vértice sobre el plano *acb* es la *Eu*.

2.º Por ser *ca* eje del círculo que describe la *Ae* con su rotacion (*art.* 78 *núm.* 1.º) las *AE*, *Ad*, serán perpendiculares á *ca*, que es la comun seccion de los planos de los sectores *eca*, *acb*; y por lo tanto (*art.* 49 *y Geom.* 380).

El ángulo rectilíneo *EAu* será igual al esférico en *a*.

3.º Por semejante razon, el ángulo rectilíneo *EBu* será igual al esférico en *b*.

4.º Tambien será $AE = Ae =$ sen. *ea*

5.º Y $BE = Be' =$ sen. *be'*.

6.º Por consiguiente, será $ed = 2$ sen. *ea* (*Geom.* 498); y

Llamando *L* al lado *ea*, será $ed = 2$ sen. *L*.

7.º Si el ángulo esférico en *b* es recto, su igual *Ebu* (*núm.* 3.º) será tambien recto; y por lo tanto (*Geom.* 171 *y* 368) la perpendicular bajada desde *E* caerá sobre el punto *B*. Esto es, que

En el caso de ser el triángulo esférico rectángulo en *b*, los puntos *u* y *B* se confundirán, como se manifiesta en la figura 45, que representa dicho caso.

8.º El plano del círculo máximo perpendicular al *acb* (*fig.* 44) que pasa por el vértice *E* del triángulo esférico, debe pasar por *u* (*Geom.* 393); y por lo tanto, tambien pasará dicho plano por el punto *x*, en que se termina el radio *cu*. Esto es, que

El arco del círculo máximo perpendicular bajado desde el vértice del triángulo sobre el lado opuesto *ab*, debe terminarse en *x*; y *xa*, *xb* serán los segmentos *s* y *s'*, de que se trató (*art.* 102 *y* 105).

9.º El arco *Ed* es medida de *EAd*, que es igual al ángulo esférico que resulta en *a* (*núm.* 2.º); y como la mitad de dicho arco *Ed* es medida del ángulo rectilíneo *Eeu* (*Geom.* 216), es evidente que

Será $Eeu = \frac{1}{2} a$.

10.º El ángulo *eue'* tiene el mismo seno que *acb* (*Geom.* 210 *y* 500); y como $acb = ab$;

Llamando l al lado ab, será sen. $eue' =$ sen l.

11.° La cuerda ee' es dupla del seno de la semisuma de los tres lados $eabe'$ (*Geom.* 498); y por lo tanto

Llamando s á la suma de los tres lados, será $ee' = 2$ sen. $\frac{1}{2}$ s.

12.° Tambien es $eK = eKe' - Ke'$; y sacando las mitades, será $\frac{1}{2}\ eK = \frac{1}{2}\ eKe' - \frac{1}{2}\ Ke'$: esto es, $\frac{1}{2}\ eK = \frac{1}{2}$ s $-$ be' (*Geom* 179). Es asi que $\frac{1}{2}\ eK$ es igual al ángulo $ee'K$ (*Geom.* 216): luego haciendo esta sustitucion, y llamando b al lado be', será $ee'K = ee'u = \frac{1}{2}$ s$-$b. Esto es, que

El ángulo $ee'u$ será igual á la diferencia d (*art.* 111 *núm.* 2.°).

740 *Demostracion de la proposicion 1.ª (art.* 95) (*fig.* 44).

1.° Por lo establecido (*art.* 739 *núm.* 1.°, *y Geom.* 368 *y* 545)

serán $\begin{cases} AE : Eu :: R : \text{sen.}EAu; \text{ y (art. 739 n. 2.°) } AE : Eu :: R : \text{sen. a} \\ EE : Eu :: R : \text{sen. EBu}; \text{ y (art. 739 n. 3.°) } EE : Eu :: R : \text{sen. b} \end{cases}$

2.° Por lo establecido (*Arit.* 250) será AE : BE :: sen. b : sen. a, y (*art.* 739 *núm.* 4.° *y* 5.°) sen. ea : sen. be' :: sen. b : sen a.

741 *Demostracion de la proposicion* 2.ª (*art.* 98.)

En la figura 45, que corresponde al caso de ser recto el ángulo esférico en b (*art.* 739 *núm.* 7.°) tírese la bh tangente al arco en b: y por lo tanto paralela á la Be' (*Geom.* 183 *y* 192); y la bi perpendicular al radio ca, que será seno del arco ab, y paralela á la AB.

1.° Establecido esto, será (*Geom.* 547)....... R : tan. EAB :: BA : Be'
y (*art.* 739 núm. 2.° *y* 5.°)............................. R : tan. a :: BA : Be'

2.° Es asi que (*Geom.* 265)....... $\begin{cases} cb : cB :: bi : BA \\ cb : cB :: bh : Be' \end{cases}$ luego (*Arit.* 25 *y* 252) bi : bh :: BA : Be'

3.° De las últimas proporciones de los números 1.° y 2.° resulta (*Arit.* 25 *y* 252) que R : bi :: tan. a : bh; esto es que
R : sen. ab :: tan. a : tan. be'.

742 *Demostracion de la proposicion* 3.ª (*art.* 99 *y* 101).

En la figura 45, que corresponde al caso de ser recto el ángulo esférico en b (*art.* 739 *núm* 7.°) tírese la laz tangente al arco en a; y por lo tanto paralela á eB (*Geom.* 183 *y* 192).

1.° Será (*Geom.* 546)...................................... R : cos. EAB :: AE : AB
esto es (*art* 739 *núm.* 2.° *y* 4.°)........................ R : cos. a :: Ae : AB

2.° Tambien (*Geom.* 265)..... $\begin{cases} ca : cA :: al : Ae \\ ca : cA :: az : AB \end{cases}$ y (*Arit.* 25 *y* 252) al : az :: Ae : AB

3.° De las últimas proposiciones de los números 1.° y 2.° resulta, R : cos. a :: al : az; esto es, R : cos. a :: tan. ea : tan. ab.

743 *Demostracion de la proposicion* 4.ª (*art.* 102) (*fig.* 44).

Tírense las xz, xr perpendiculares á ca, cb; y por lo tanto paralelas á las eu, $e'u$; y (*Geom.* 265)

serán $\begin{cases} cx : cu :: cz : cA \\ cx : cu :: cr : cB \end{cases}$....... Luego (*Arit.* 25 *y* 252) cz : cr :: cA : cB.

Esto es, (*Geom.* 506) cos. ax : cos. bx :: cos. ea : cos. be'; y (*art.* 739 *núm.* 8.°) cos. s : cos. s' :: cos. ea : cos. be'.

744 *Demostracion de la proposicion* 5.ª (*art.* 110 *y* 111) (*fig.* 44).

En los triángulos rectángulos *eEd*, *euE* (*Geom.* 218) es

(*Geom.* 546) $\begin{cases} \text{ed : eE : : R : cos. Eeu} \\ \text{eE : eu : : R : cos. Eeu} \end{cases}$

1.° Luego (*Arit.* 263) ed×eE: eE×eu :: R^2 : $\cos.^2$ Eeu; y partiendo la primera razon por el factor comun eE (*Arit.* 123 *y* 257 *núm.* 1.°), será ed : eu :: R^2 : $\cos.^2$ Eeu.

2.° Sustituyendo los valores de ed = 2 sen. L, y Eeu = ½ a (*art.* 739 *núm.* 6.° *y* 9.°), y atendiendo á lo establecido (*Arit.* 251 *núm.* 1.°), será 2 sen. L : eu :: R^2 : $\cos.^2 \frac{1}{2} a = \frac{R^2}{2 \text{ sen. L}} \times \text{eu}$.

3.° En el triángulo oblicuángulo *eue'* es (*Geom.* 550, *y Arit.* 251 *núm.* 1.°) sen. eue' : ee' :: sen. ee'u : $\text{eu} = \frac{\text{ee}' \times \text{sen. ee}'\text{u}}{\text{sen. eue}'}$

4.° Sustituyendo en esta expresion *sen. eue'* = *sen. l*; *ee'* = 2 sen. ½ *s*; y *ee'u* = d (*art.* 739 *núm.* 10.°, 11.° y 12.°),

será $\text{eu} = \frac{2 \text{ sen. } \frac{1}{2} \text{s} \times \text{sen. d}}{\text{sen. l}}$

5.° Sustituyendo este valor de *eu* en la expresion del número 2.°, resulta $\cos.^2 \frac{1}{2} \text{a} = \frac{R^2}{2 \text{ sen. L}} \times \frac{2 \text{ sen } \frac{1}{2} \text{s} \times \text{sen. d}}{\text{sen. l}}$, que (*Arit.* 175) es lo mismo que

$\cos.^2 \frac{1}{2} \text{a} = \frac{R^2 \times 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} \text{s} \times \text{sen. d}}{2 \text{ sen. L} \times \text{sen. l}}$; y partiendo los dos términos de esta expresion fraccionaria por el factor comun 2 (*Arit.* 123 *y* 163 *núm.* 3.°), resultará por fin $\cos.^2 \frac{1}{2} a = \frac{R^2 \times \text{sen. } \frac{1}{2} \text{s} \times \text{sen. d}}{\text{sen. L} \times \text{sen. l}}$; extrayendo la raiz cuadrada, resulta $\cos. \frac{1}{2} a = \left(\frac{R^2 \times \text{sen. } \frac{1}{2} \text{s} \times \text{sen. d}}{\text{sen. L} \times \text{sen. l}}\right)^{\frac{1}{2}}$.

6.° De esta expresion se deduce con suma facilidad la regla dada (*art.* 111) por lo establecido (*Arit.* 328).

745 *Escolio.* Si el ángulo *a* del triángulo esférico es obtuso, será *EAu* obtuso; y el punto *u* caerá á la izquierda de *A*. Si *b* es obtuso, caerá *u* á la derecha de *B*. Si ambos ángulos esféricos *a* y *b* son obtusos, caerá *u* mas abajo del centro *c*. Si *ea* vale mas de 90°, la *eAd* pasará por mas abajo del centro *c*; y lo mismo le sucederá á la *e'BK* si *e'b* vale mas de 90°. Pero en todos casos se verifican los principios en que estriban las demostraciones, que por esta razon son generales.

746 *Teorema.* En todo triángulo esférico rectángulo, si los catetos son de una misma especie, la hipotenusa es menor que un cuadrante.

Demostracion. Sea *bac* (*fig.* 46) el triángulo rectángulo en *a*, y los catetos *ba*, *ac* menores que un cuadrante. Hágase $bam=90^\circ$, y elévese el arco perpendicular *ms*.

1.° Por ser *a* y *m* rectos, el polo de *bam* estará en el punto de concurso *u* (*art.* 47 *núm.* 3.°); y será $um=ua=90^\circ$ (*art.* 70 *núm.* 1.°). Es asi que $ac<90^\circ$, por suposicion; luego *u* está mas arriba de *c*; y por lo tanto *e* caerá á la derecha de *c*.

2.° Por ser recto el ángulo *m*, el arco *mab* pasará por el polo de *ms* (*art.* 47 *núm* 1.°); y como $mb=90^\circ$, por suposicion, será *b* dicho polo (*art.* 70 *núm.* 3.°).

3.° Puesto que *b* es polo de *ms*, tambien será $be=90^\circ$ (*art.* 70 *núm.* 1.°); y por lo tanto, la hipotenusa $bc<90^\circ$, que es lo que se trataba de demostrar (*).

747 *Teorema.* En cualquier triángulo esférico rectángulo, si los catetos son de especies opuestas, la hipotenusa es mayor que un cuadrante.

Demostracion. Sea (*fig.* 46) el cateto *ac* menor y el *ad* mayor que 90°. Prolónguense *da* y *dc* hasta que concurran en *b*; y será $dcb=dab=180^\circ$ (*art.* 45.)

Por haberse supuesto $da>90^\circ$, será $ba<90^\circ$; y por el teorema antecedente resulta $bc<90^\circ$. Luego su suplemento $dc>90^\circ$, que es lo que se trataba de demostrar.

748 *Corolario.* Si la hipotenusa es menor que 90°, los dos catetos son de una misma especie.

749 *Corolario.* Si la hipotenusa es mayor que 90°, los dos catetos son de especies opuestas.

750 *Teorema.* En todo triángulo esférico rectángulo los catetos son de la misma especie que sus ángulos opuestos.

Demostracion. En la figura 46, supóngase recto el ángulo *a*, los ángulos *abc*, *adc*, distantes un semicírculo, agudos; y los *abt*, *adt*, tambien distantes un semicírculo, obtusos.

1.° Tómese $bm=dm=90^\circ$, y elévese el arco perpendicular *ms*.

2.° Serán (*art.* 746 *núm.* 2.°) *b* y *d* polos de *ms*; y $um=90^\circ$ (*art.* 746 *núm.* 1.°).

3.° Luego *me*, que es medida de los ángulos agudos *abc*, *adc* (*art.* 50), será agudo; esto es, que *e* caerá mas abajo de *u*, y por lo tanto $ac<90^\circ$.

4.° Tambien *ms*, que es medida de los ángulos obtusos *abt*, *adt*, será obtuso: esto es, que *s* caerá mas arriba de *u*; y por lo tanto será $at>90^\circ$.

5.° Como los triángulos de la figura 46 representan todas las combinaciones posibles, que son cuatro, la demostracion será general.

(*) Suponiendo ahora que los dos catetos *ad*, *at* sean obtusos, la hipotenusa *dt* tambien será menor que un cuadrante. Hecha la misma construccion que antes resultarán *um* y *ua* de 90°, y por lo tanto los arcos *ms*, *at*, se cruzan entre *bmd* y *brd*, y *t* debe caer precisamente á la derecha de *s*. Es asi que por ser *d* polo de *mes* es $ds=90^\circ$: luego la hipotenusa $dt<ds$ resultará menor que el cuadrante.

751 Aplicando estos principios, y los que resultan de su comparacion, á todos los casos del Problema del artículo 104, se ve la bondad de las reglas sencillísimas que se dieron (*art.* 100, 103 *y* 106).

752 *Teorema.* Si desde cualquiera de los ángulos de un triángulo esférico se baja un arco perpendicular al lado opuesto *b*, prolongado si fuese necesario, dicho arco perpendicular caerá dentro ó fuera del arco *b*, segun que sus dos ángulos adyacentes sean de la misma especie, ó de especies diferentes.

Demostracion. Los ángulos opuestos al arco perpendicular (*fig.* 47) deben ser de la misma especie que dicho arco (*art.* 750). Luego los ángulos opuestos al arco perpendicular *ma* serán los internos *anz*, *azn*, si el triángulo opuesto *anz* tiene dichos ángulos de la misma especie, y los ángulos opuestos al arco perpendicular *ut*, serán un interno y otro externo, *azn*, *tnh*, si el triángulo propuesto *tnz* tiene los dos ángulos internos de especies opuestas.

753. En el caso de ser los ángulos de especies opuestas, como en el triángulo *tnz*.

1.º Si se considera el arco perpendicular *tu'*, opuesto al ángulo conocido *tnz*, los triángulos rectángulos que resultan serán *tu'n*, *tu'z:* y los segmentos serán *nzu'*, *zou'*. En dicho supuesto se fundan las reglas generales (*art.* 99 *á* 107).

2.º Si se considera el arco perpenpicular *tu*, opuesto al suplemento del ángulo conocido *tnz*, los triángulos rectángulos que resultan son *tnu*, *tzu*; y los segmentos son *nu* y *zu*. De esta última consideracion y de lo establecido (*Geom.* 504 *y* 514) se deducen las reglas abreviadas (*art.* 708 *y* 718).

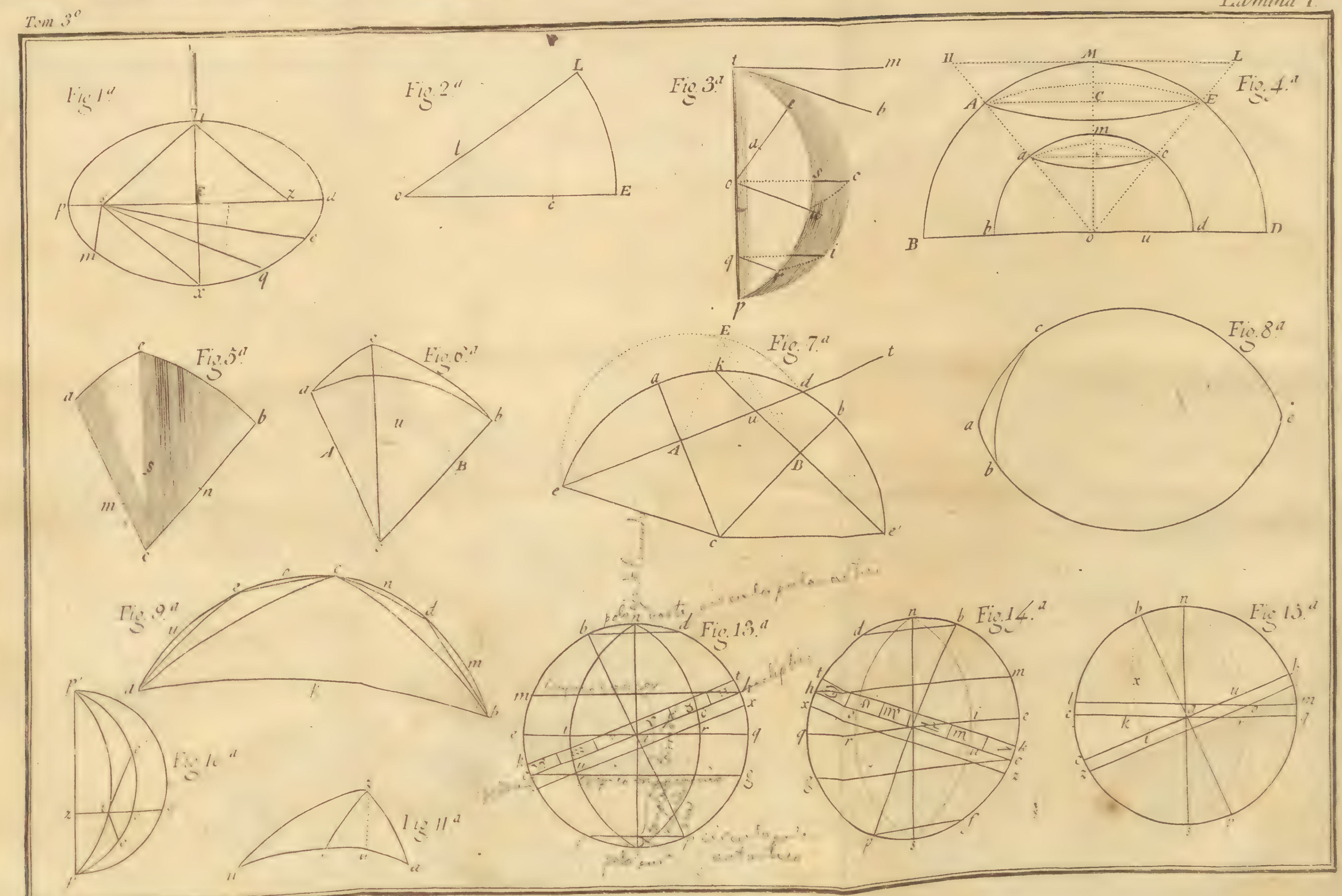

Fig. 1.a
Fig. 2.a
Fig. 3.a
Fig. 4.a
Fig. 5.a
Fig. 6.a
Fig. 7.a
Fig. 8.a
Fig. 9.a
Fig. 10.a
Fig. 11.a
Fig. 13.a
Fig. 14.a
Fig. 15.a



Fig. 12.

Fig. 16.

Fig. 17.

Fig. 18.



Fig. 19.ª

Fig. 20.ª

Fig. 22.ª

Fig. 21.ª

Fig. 24.ª

Fig. 27.ª

Fig. 25.ª

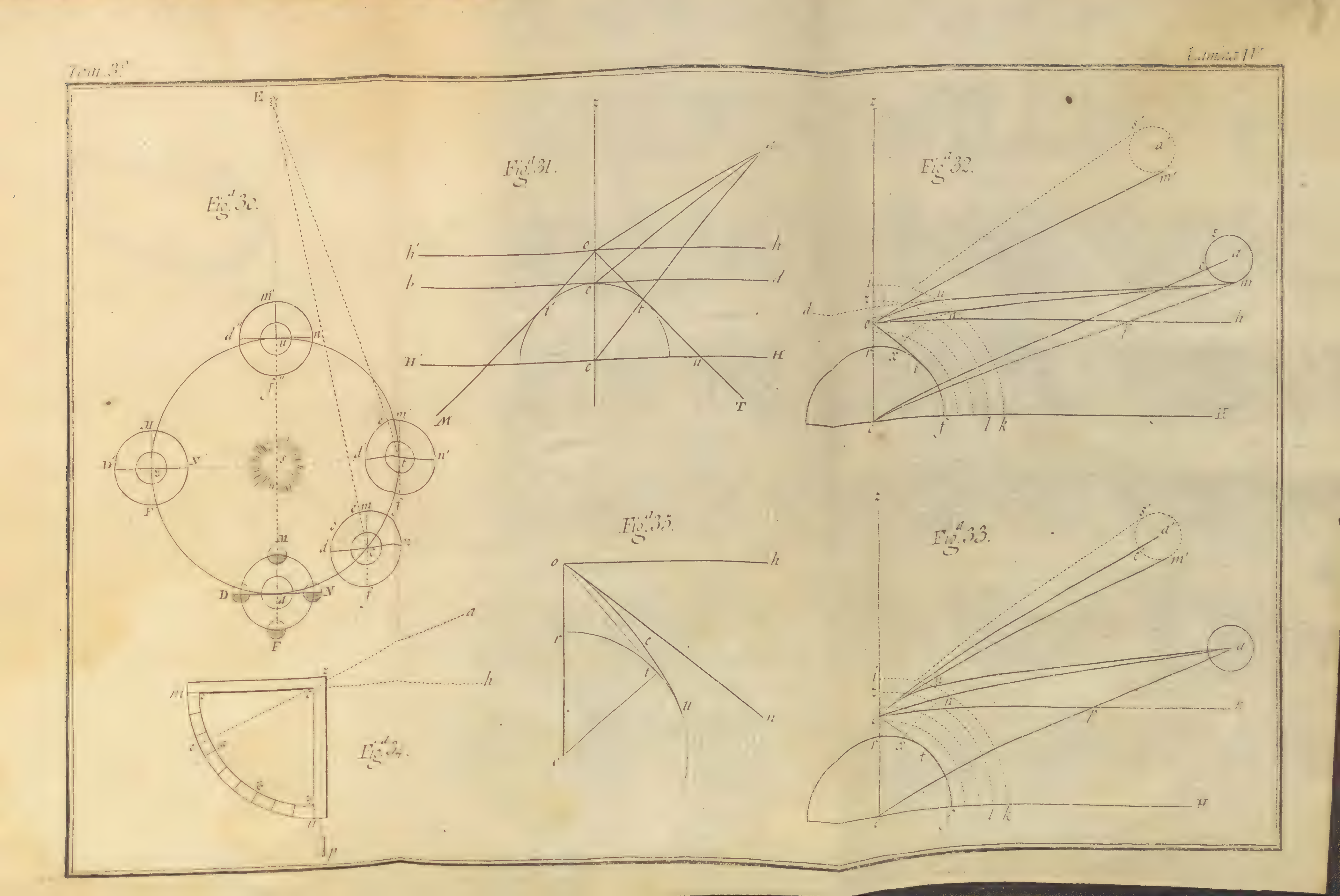
Fig. 28.ª

Fig. 26.ª

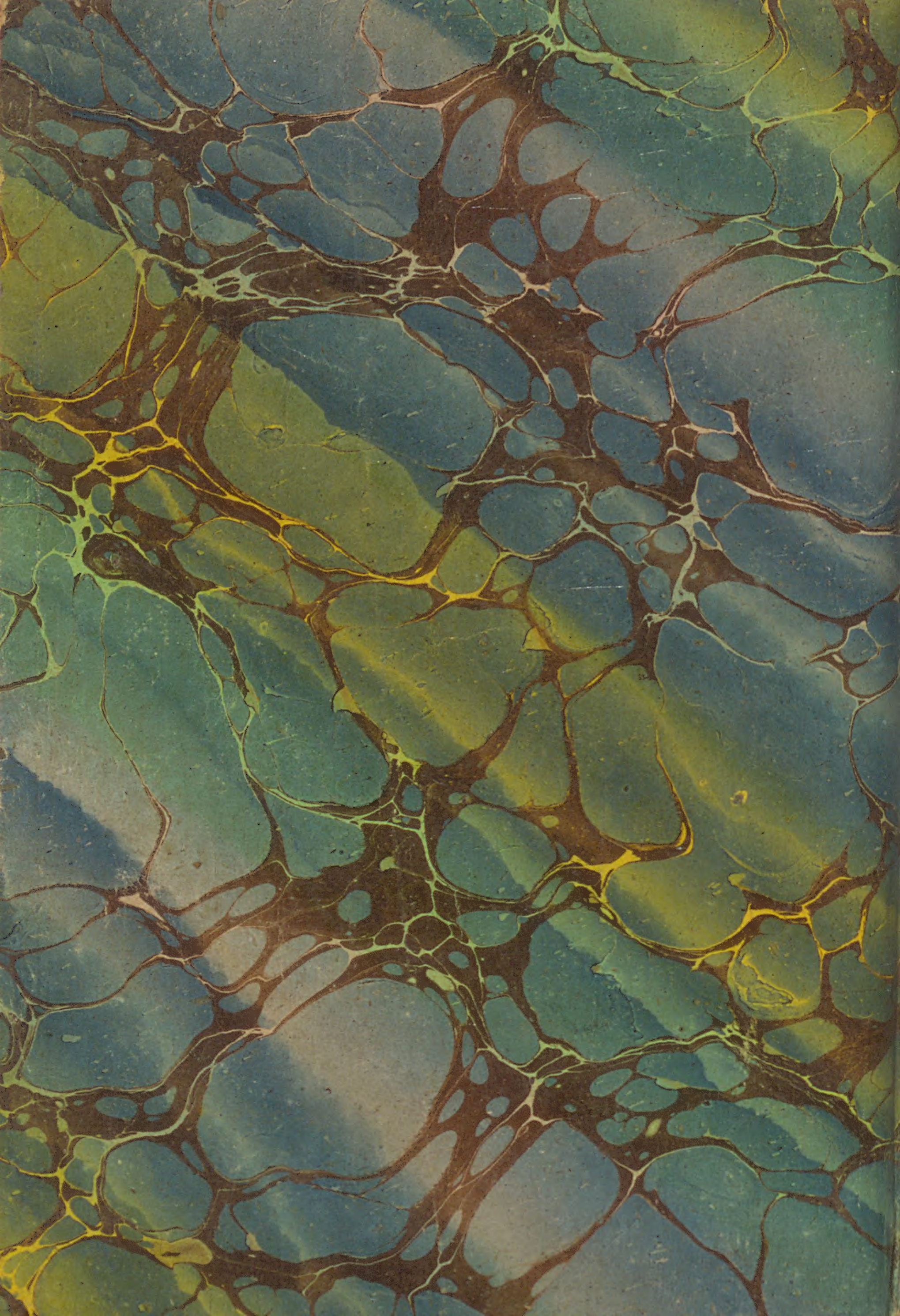
Fig. 29.ª

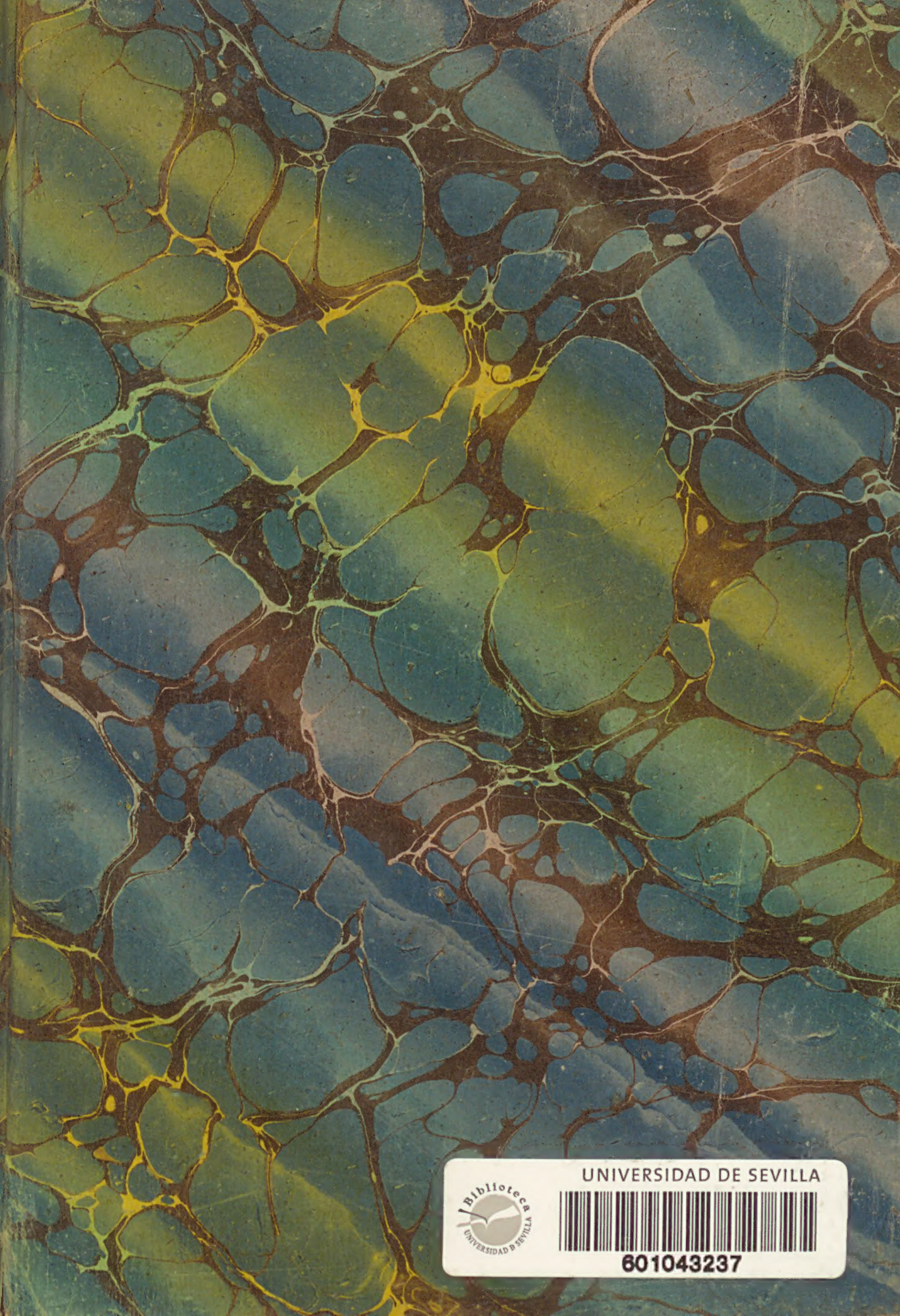
Fig. 23.ª

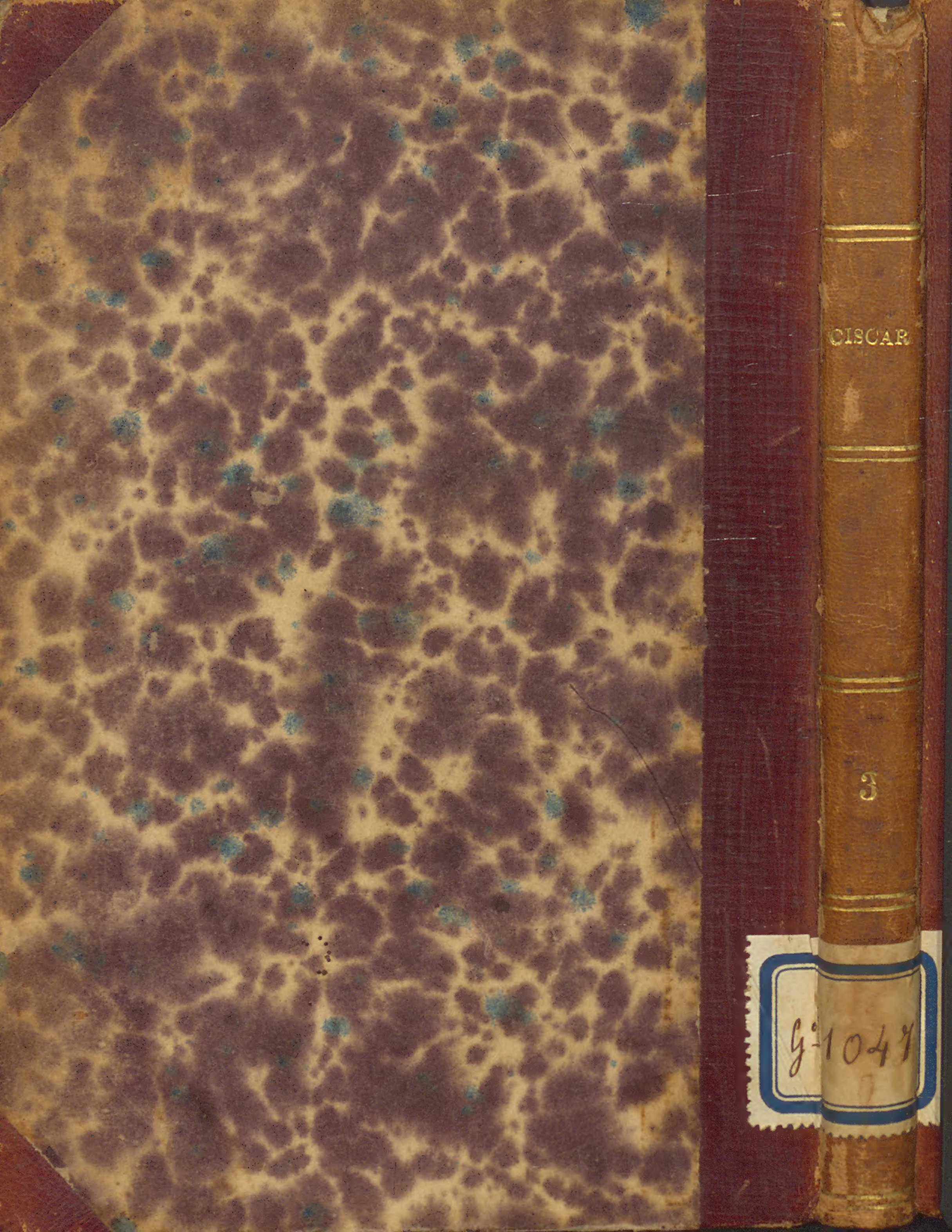



Figª 30.
Figª 31.
Figª 32.
Figª 33.
Figª 34.
Figª 35.






UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Biblioteca
UNIVERSIDAD DE SEVILLA
601043237


CISCAR
3



colorchecker CLASSIC
calibrite
mm